

## Exercices

**Exercice 1.** Montrer que chacune des fonctions suivantes est une bijection et déterminer sa réciproque.

1.  $f: \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{-5x+3}{2} \end{cases}$
2.  $g: \begin{cases} ]-1; +\infty[ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 5\ln(x+1) - 3 \end{cases}$
3.  $h: \begin{cases} [0; +\infty[ & \longrightarrow & [1; +\infty[ \\ x & \longmapsto & x^2 + 1 \end{cases}$

**Exercice 2.** Donner plusieurs fonctions qui ne sont pas bijectives et plusieurs fonctions qui sont bijectives. On veillera à bien définir les ensembles de départ et d'arrivée des différentes fonctions.

**Exercice 3.** On commence par rappeler la définition suivante.

### Définition 1.4 – Valeur absolue

- La **valeur absolue d'un nombre réel**  $x$ , notée  $|x|$  est le réel défini par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- La **fonction valeur absolue** est la fonction suivante :

$$\begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & |x| \end{cases}$$

1. Étudier le signe et les variations de la fonction valeur absolue sur  $\mathbb{R}$ . La fonction valeur absolue est-elle bijective?
2. Montrer que la fonction  $x \in \mathbb{R} \mapsto 2x + |x| + 1 \in \mathbb{R}$  est bijective et déterminer sa réciproque.
3. Montrer que la fonction  $x \in \mathbb{R} \mapsto \frac{1}{2}x + |x| + 1 \in \mathbb{R}$  n'est pas bijective.
4. Pour quelles valeurs de  $a \in \mathbb{R}$ , la fonction  $x \in \mathbb{R} \mapsto ax + |x| + 1$  est-elle bijective? Déterminer sa réciproque le cas échéant.

**Exercice 4.** Le coût de production d'une entreprise  $c$  est une fonction de la quantité produite  $q$ . Plus précisément, on a

$$c = C(q) = 2q^2 + 5q + 100.$$

1. La fonction  $C: \mathbb{R} \longrightarrow C(\mathbb{R})$  est-elle bijective?
2. Si l'on se restreint à l'intervalle  $I = [0; +\infty[$ , montrer que la fonction  $C: [0; +\infty[ \longrightarrow [100; +\infty[$  est alors bijective et déterminer l'expression de sa fonction réciproque.