

Calcul numérique et algébrique (corrigé)

Licence 1 Réussir bis

2025/2026 : Semestre 2

Yannick VINCENT

Faculté d'économie de Montpellier

www.yannickvincent.fr

Table des matières

Exercice 1.

a) $-2 + 3 - 7 = -6$

b) $(-3) + (-15) = -18$

c) $(-15) + 18 = 3$

d) $7 + (-11) - 4 = -8$

e) $-2 - (-5) = -2 + 5 = 3$

f) $-3 - (-6) + 7 = -3 + 6 + 7 = 10$

Exercice 2.

a) $(-4 + 5) - (-5 + 8) = 1 - 3 = -2$

b) $(-5 - 9 - 4) - (-4) = (-18) + 4 = -14$

c) $-5 + 2 + (-1) - 9 = -13$

d) $-2 + (9 - (-5) + 3) = -2 + 17 = 15$

e) $-3 - (-6 + 3) = -3 - (-3) = 0$

f) $-1 + (-1 - 3) - 1 + (-4) = -5$

Exercice 3.

a) $\frac{2}{3} + \frac{7}{15} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} + \frac{7}{15} = \frac{10}{15} + \frac{7}{15} = \frac{17}{15}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{-2}{9} - \frac{-8}{15} = \frac{-2 \times 5}{9 \times 5} - \frac{-8 \times 3}{15 \times 3} = \frac{-10}{45} - \frac{-24}{45} = \frac{-10 - (-24)}{45} = \frac{14}{45}$

d) $\frac{2}{11} + 2 = \frac{2}{11} + \frac{2}{1} = \frac{2}{11} + \frac{2 \times 11}{1 \times 11} = \frac{24}{11}$

Exercice 4.

a) $\frac{7}{4} \div 2 = \frac{7}{4} \div \frac{2}{1} = \frac{7}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7 \times 1}{4 \times 2} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{-2}{9} \times \frac{1}{2} - \frac{-8}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{-2 \times 1}{9 \times 2} - \frac{-2 \times 4 \times 5}{3 \times 4} = \frac{-1}{9} - \frac{-10}{3} = \frac{-1}{9} + \frac{10}{3} = \frac{-1}{9} + \frac{30}{9} = \frac{29}{9}$

c) $\frac{7}{12} \div \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{12} \div \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{6}\right) = \frac{7}{12} \div \frac{8}{6} = \frac{7}{12} \div \frac{4}{3} = \frac{7}{12} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{2 \times 4} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{16}$

d) $\frac{7}{12} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

e) $\frac{2}{3} \times 2 + \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} + \frac{3}{4} = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{16}{12} + \frac{9}{12} = \frac{25}{12}$

$$\text{f) } \frac{2}{3} \times \left(2 + \frac{3}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{8}{4} + \frac{3}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{2 \times 11}{3 \times 2 \times 2} = \frac{11}{6}$$

Exercice 5.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{60}{60} + \frac{30}{60} + \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{12}{60} = \frac{137}{60}$$

Exercice 6.

$$\text{a) } 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1,5 : \text{nombre fini de chiffres après la virgule.}$$

$$\text{b) } \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1,25 : \text{nombre fini de chiffres après la virgule.}$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3} \approx 1,33 : \text{nombre infini de chiffres après la virgule.}$$

$$\text{d) } \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10} = 0,3 : \text{nombre fini de chiffres après la virgule.}$$

$$\text{e) } \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 0,25 + 0,125 = 0,375 : \text{nombre fini de chiffres après la virgule.}$$

$$\text{f) } \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} = 2 : \text{nombre fini de chiffres après la virgule.}$$

Exercice 7.

Soit n un entier positif et non nul.

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} &= \frac{1 \times (n+1)}{n \times (n+1)} - \frac{1 \times n}{(n+1) \times n} \\ &= \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} \\ &= \frac{n+1-n}{n(n+1)} \\ &= \frac{1}{n(n+1)}. \end{aligned}$$

Exercice 8.

$$\text{a) } 1 + 3^2 = 10$$

$$\text{b) } 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{c) } (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

$$\text{d) } 2^{-1} + 5^{-2} = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{5^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{25} = \frac{25}{50} + \frac{2}{50} = \frac{27}{50}$$

Exercice 9.

$$\text{a) } \text{Faux car } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} > 0$$

$$\text{b) } \text{Vrai car } (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} \leq 0$$

$$\text{c) } \text{Faux car } (-3)^{-2} = \frac{(-3)^2}{1} = \frac{9}{1} > 0$$

$$\text{d) } \text{Vrai car } -2^2 = -4 \leq 0$$

Exercice 10.

a) $10^2 = 100$

b) $10^{-4} = 0,0001$

c) $14 \times 10^{-1} = 1,4$

d) $0,12 \times 10^3 = 120$

e) $0,02 \times 10^{-2} = 0,0002$

f) $0,13 \times 10^4 = 1300$

Exercice 11.

- a) $135 = ,35.10^2$
- b) $0,754 = 7,54.10^{-1}$
- c) $115358 = 1,15358.10^5$
- d) $\frac{1}{4} = 0,25 = 2,5.10^{-1}$

- e) $\frac{1}{8} = 0,125 = 1,25.10^{-1}$
- f) $0,0045 = 4,5.10^{-3}$

Exercice 12.

- a) $\sqrt{4} = 2$
- b) $\sqrt{(-6)^2} = 6$

- c) $(\sqrt{11})^2 = 11$
- d) $\sqrt{5^4} = \sqrt{(5^2)^2} = \sqrt{25^2} = 25$

Exercice 13.

- a) $\sqrt{121} = 11$
- b) $\sqrt{-16}$ n'existe pas.

- c) $\sqrt{\sqrt{121}} = \sqrt{11}$
- d) $\sqrt{(-2)^2} = 2$

Exercice 14.

- a) $\sqrt{7} \times \sqrt{6} = \sqrt{7 \times 6} = \sqrt{42}$
- b) $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 = \sqrt{49}$
- c) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$

- d) $2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$
- e) $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$
- f) $5\sqrt{7} = \sqrt{25} \times \sqrt{7} = \sqrt{25 \times 7} = \sqrt{175}$

Exercice 15.

- a) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
- b) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- c) $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- d) $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$

- e) $\sqrt{243} = \sqrt{243}$
- f) $\sqrt{242} = \sqrt{121 \times 2} = 11\sqrt{2}$
- g) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$
- h) $2\sqrt{21} = 2\sqrt{21}$

Exercice 16.

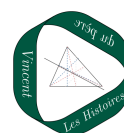
Simplifier les termes de même degré revient en fait à factoriser. Par exemple,

$$2x + 3x = x(2 + 3) = x \times 5 = 5x \text{ (} x \text{ est ici le facteur commun).}$$

En revanche, si les termes ne sont pas de même degré, cette factorisation ne donne pas de réelle simplification. Par exemple,

$$2x^2 + 3x = x(2x + 3).$$

On ne peut plus ensuite simplifier davantage.



Exercice 17.

a) $5x + 7x = 12x$

b) $x - 3x = -2x$

c) $3x \times (-2) = -6x$

d) $-5x \times 3 + 1 = -15x + 1$

e) $x^2 + 3x + x^2 = 2x^2 + 3x$

f) $6x - 3x^2 + x - 5x^2 = -8x^2 + 7x$

g) $1 + 2x^2 \times 3 = 6x^2 + 1$

h) $2x - 1 + x^2 - 7 = x^2 + 2x - 8$

Exercice 18.

a) $3(x + 2) = 3x + 3 \times 2 = 3x + 6$

b) $-(7 + 5x^2) = -7 - 5x^2$

c) $-(3 - x) = -3 + x$

d) $(x + x^2) - (3x - x^2) = x + x^2 - 3x + x^2 = 2x^2 - 2x$

e) $-7(x + 1) + 3(2x + 1) = -7x - 7 + 6x + 3 = -x - 4$

f) $-x(-2x - 1) - (x - 1) = 2x^2 + x - x + 1 = 2x^2 + 1$

g) $(x - 3) \times x = x^2 - 3x$

h) $-x^3(x^2 + x^4) = -x^5 - x^7$

Exercice 19.

a) $\frac{1}{2}(2x + 3) = \frac{1}{2} \times 2x + \frac{1}{2} \times 3 = x + \frac{3}{2}$

b) $\frac{7}{3}(-15x + 3) = \frac{7 \times (-15)x}{3} + \frac{7}{3} \times 3 = \frac{7 \times (-5) \times 3x}{3} + \frac{7}{3} \times 3 = -35x + 7$

c) $\frac{10}{7}(7x^2 + 28x - 10) = \frac{10}{7} \times 7x^2 + \frac{10}{7} \times 28x + \frac{10}{7} \times (-10) = 10x^2 + 40x - \frac{100}{7}$

d) $-\frac{4}{3}\left(-\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right) = -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right)x + \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = x + \frac{1}{3}$

e) $\frac{-(2x + 4)}{2} = \frac{-2x - 4}{2} = \frac{-2x}{2} - \frac{4}{2} = -x - 2$

f) $\frac{4(10x + 15x^2)}{5} = \frac{40x + 60x^2}{5} = \frac{40x}{5} + \frac{60x^2}{5} = 8x + 12x^2$

Exercice 20.

- a) $x^2(x+6) = x^3 + 6x$
- b) $7(3x+2) = 21x + 14$
- c) $x(-x+4) = -x^2 + 4x$
- d) $-3(-2x-1) = (-3) \times (-2x) + (-3) \times (-1) = 6x + 3$

Exercice 21.

- | | |
|--|---|
| 1. $\mathcal{S} = \{-6\}$ | 4. $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{7}\right\}$ |
| 2. $\mathcal{S} = \left\{-\frac{7}{5}\right\}$ | 5. $\mathcal{S} = \{1\}$ |
| 3. $\mathcal{S} = \{4\}$ | 6. $\mathcal{S} = \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ |

Exercice 22.

- | | |
|--|---|
| 1. $\mathcal{S} = \left\{-\frac{7}{5}\right\}$ | 5. $\mathcal{S} = \left\{\frac{28}{31}\right\}$ |
| 2. $\mathcal{S} = \left\{\frac{5}{3}\right\}$ | 6. $\mathcal{S} = \{-3\}$ |
| 3. $\mathcal{S} = \left\{\frac{16}{7}\right\}$ | 7. $\mathcal{S} = \{0\}$ |
| 4. $\mathcal{S} = \{-3\}$ | 8. $\mathcal{S} = \left\{\frac{29}{2}\right\}$ |

Exercice 23.

- | | |
|---|--|
| 1. $\mathcal{S} =]-\infty; -6[$ | 5. $\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{1}{7}\right]$ |
| 2. $\mathcal{S} =]5; +\infty[$ | 6. $\mathcal{S} =]-\infty; 1]$ |
| 3. $\mathcal{S} = \left[-\frac{7}{5}; +\infty\right[$ | 7. $\mathcal{S} = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right[$ |
| 4. $\mathcal{S} =]-\infty; 4]$ | |

Exercice 24.

- | | |
|---|--|
| 1. $\mathcal{S} = \left[-\frac{7}{2}; +\infty\right[$ | 5. $\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{28}{31}\right]$ |
| 2. $\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{5}{3}\right[$ | 6. $\mathcal{S} =]-\infty; -3[$ |
| 3. $\mathcal{S} = \left[\frac{16}{7}; +\infty\right[$ | 7. $\mathcal{S} =]-\infty; 0[$ |
| 4. $\mathcal{S} = \left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ | 8. $\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{29}{2}\right]$ |

Exercice 25.

$$A(x) = x^2 + 3x : \text{forme développée}$$

$$B(x) = x(x - 3) : \text{forme factorisée}$$

$$C(x) = (x + 1)^2 : \text{forme factorisée}$$

$$D(x) = x^2 - 2x + 1 : \text{forme développée}$$

$$E(x) = x^2 - 3x : \text{forme développée}$$

$$F(x) = (x - 4)^2 : \text{forme factorisée}$$

Exercice 26.

$$A(x) = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$$

$$B(x) = (x - 5)(7 - x) = x^2 + 12x - 35$$

$$C(x) = (-x - 5)(x + 1) = -x^2 - 6x - 5$$

$$D(x) = (3 + x^2)(x + x^2) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x$$

$$E(x) = (-3 - x^2)(-x - 1) = x^3 + x^2 + 3x + 3$$

$$F(x) = 3(x - 1)(x + 2) = 3x^2 + 3x - 6$$

$$G(x) = -(2 + x)(x^2 + 1) = -x^3 - 2x^2 - x - 2$$

$$H(x) = -2(7 + x)(x^2 - 1) = -2x^3 - 14x^2 + 2x + 14$$

Exercice 27.

$$A(x) = 3x + 3 = 3(x + 1)$$

$$B(x) = 2x - 2 = 2(x - 1)$$

$$C(x) = 4x - 2 = 2(2x - 1)$$

$$D(x) = x^2 + 3x = x(x + 3)$$

$$E(x) = x^2 - x = x(x - 1)$$

$$F(x) = 7x + 7x^2 = 7x(1 + x)$$

$$G(x) = x - 5x^3 = x(1 - 5x^2)$$

Exercice 28.

$$A(x) = 7x^2 - 5x^3 = x^2(7 - 5x)$$

$$B(x) = 4x^3 + 4 = 4(x^3 + 1)$$

$$C(x) = 4x^3 + 2x = 2x(x^2 + 2)$$

$$D(x) = x^5 - x = x(x^4 - 1)$$

$$E(x) = x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x + 1)$$

$$F(x) = 7 + 7x^2 + 7x^5 = 7(1 + x^2 + x^5)$$

$$G(x) = -3x^7 + x^5 - 6x^2 = x^2(-3x^5 + x^3 - 6)$$

Exercice 29.

1. $A(x) = (x - 1)(x + 2)$ et $B(x) = x^2 + x - 2$

Vrai. En développant $A(x)$, on trouve $A(x) = x^2 + x - 2$.

2. $A(x) = -x^2(-x + 1)$ et $B(x) = x(x^2 - x)$

Vrai. $A(x) = x^3 - x^2$ et $B(x) = x^3 - x^2$.

3. $A(x) = -(x + 1)(x + 2)$ et $B(x) = -x^2 + 3x + 2$

Faux. Par exemple, pour $x = 1$:

$$A(1) = -(1 + 1)(1 + 2) = -6 \text{ et } B(1) = -1^2 + 3 \times 1 + 2 = 4$$

4. $A(x) = x(x + 4) - 2$ et $B(x) = -2(1 + 2x) + x^2$.

Faux. Par exemple $A(2) = 2(2 + 4) - 2 = 10$ et $B(2) = -2(1 + 2 \times 2) + 2^2 = -6$.

5. $A(x) = x(x + 4) + 2x$ et $B(x) = -x(-x - 6)$

Vrai. $A(x) = x^2 + 6x$ et $B(x) = x^2 + 6x$.

Exercice 30.

$$A(x) = (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$B(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$C(x) = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$D(x) = (x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

$$E(x) = (x-4)(x+4) = x^2 - 16$$

$$F(x) = (2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$G(x) = (4x+5)^2 = 16x^2 + 40x + 25$$

$$H(x) = (3x-2)(3x+2) = 9x^2 - 4$$

Exercice 31.

$$\text{a) } (1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{b) } (7 - \sqrt{5})^2 = 54 - 14\sqrt{5}$$

$$\text{c) } (2 + 3\sqrt{2})^2 = 22 + 12\sqrt{2}$$

$$\text{d) } \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{e) } \frac{4}{5 - \sqrt{2}} = \frac{20}{23} + \frac{4}{23} \times \sqrt{2}$$

$$\text{f) } \frac{10}{1 + \sqrt{11}} = -1 + \sqrt{11}$$

$$\text{g) } \frac{3}{1 - \sqrt{7}} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \sqrt{7}$$

$$\text{h) } \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = -3 + 2\sqrt{2}$$

Exercice 32.

$$A(x) = (x-4)(-x+5) = -x^2 + 9x - 20$$

$$B(x) = (x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$C(x) = (x+3)(x-3) = x^2 - 9$$

$$D(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$E(x) = (2x+1)(x-3) - 4x - 1 = 2x^2 - 9x - 4$$

$$F(x) = (x-3)^2 - x(x+1) = -7x + 9$$

$$G(x) = (2x+3)^2 + 1 = 4x^2 + 12x + 10$$

$$H(x) = (3x-2)^2 - 3(x+2)(4x-3) = -3x^2 - 21x + 22$$

$$I(x) = (x+5)(x-5) - (x+1)^2 = -2x - 26$$

Exercice 33.

$$A(x) = x(x+1) - 2x = x(x-1)$$

$$B(x) = (2x+3)(x-7) + (2x+3)(x+1) = (2x+3)(2x-6)$$

$$C(x) = -2(x+1) + (x+1)^2 = (x+1)(x-1)$$

$$D(x) = (x-1)^2 - 16 = (x-5)(x+3)$$

$$E(x) = (x+2)^2 - 9x^2 = (-2x+2)(4x+2)$$

$$F(x) = 2(4x+5)(3x+7) + (3x+7)(2x-5) = (3x+7)(10x+5)$$

$$G(x) = 49 - (x-5)^2 = (7+x)(12-x)$$

$$H(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$I(x) = 4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$J(x) = x^2 - x + x(x+1)^2 = x \times (x-1+x+1) = 2x^3$$

$$K(x) = (x+2)^2 - (2x+4)(x+3) + x^2 + 4x + 4 = (x+2)(-x-4).$$

Exercice 34.

$$\text{a) } x^2 + 3x - 5 = 2x : \text{degré } 2$$

$$\text{b) } x^6 - x^5 + 4 = 3x^2 + 5x : \text{degré } 6$$

$$\text{c) } x(x+4) = x : \text{degré } 2$$

- d) $3x + 1 = 2x - 7$: degré 1
e) $x + 5x(x + 4) = x(x + 2)$: degré 2
f) $x(x + 1)(x - 5) = 0$: degré 3

Exercice 35.

1. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$(x + 3)(x - 8) = 0$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{array}{ll} x + 3 = 0 & \text{ou} \quad x - 8 = 0 \\ \Leftrightarrow x = -3 & \Leftrightarrow x = 8 \end{array}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-3; 8\}$.

2. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$(3x + 7)(2 + x) = 0$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{array}{ll} 3x + 7 = 0 & \text{ou} \quad 2 + x = 0 \\ \Leftrightarrow 3x = -7 & \Leftrightarrow x = -2 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3} & \end{array}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{-\frac{7}{3}; -2\right\}$.

3. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$4(x + 7)(2 - x) = 0$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{array}{lll} 4 = 0 & \text{ou} & x + 7 = 0 \quad \text{ou} \quad 2 - x = 0 \\ \text{impossible} & \Leftrightarrow & x = -7 \quad \Leftrightarrow x = 2 \end{array}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-7; 2\}$.

4. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{array}{l} (4x - 7)(2x + 3) = 3(4x - 7)(5x + 11) \\ \Leftrightarrow (4x - 7)(2x + 3) - 3(4x - 7)(5x + 11) = 0 \\ \Leftrightarrow (4x - 7) \times ((2x + 3) - 3(5x + 11)) = 0 \\ \Leftrightarrow (4x - 7) \times (2x + 3 - 15x - 33) = 0 \\ \Leftrightarrow (4x - 7)(-13x - 30) = 0 \end{array}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{array}{ll} 4x - 7 = 0 & \text{ou} \quad -13x - 30 = 0 \\ \Leftrightarrow 4x = 7 & \Leftrightarrow -13x = 30 \\ \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} & \Leftrightarrow x = -\frac{30}{13} \end{array}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{\frac{7}{4}; -\frac{30}{13}\right\}$.

5. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}x^2 + 2x &= -1 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+1)^2 &= 0\end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{aligned}x+1 &= 0 & \text{ou} & & x+1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -1 & & & \Leftrightarrow x &= -1\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-1\}$.

6. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}x^2 &= 6x - 9 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)^2 &= 0\end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{aligned}x-3 &= 0 & \text{ou} & & x-3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 3 & & & \Leftrightarrow x &= 3\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{3\}$.

7. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(x-4)^2 - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-4)^2 - 3^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow ((x-4)-3)((x-4)+3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-7)(x-1) &= 0\end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{aligned}x-7 &= 0 & \text{ou} & & x-1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 7 & & & \Leftrightarrow x &= 1\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{7; 1\}$.

8. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(-x+1)^2 &= 5 \\ \Leftrightarrow (-x+1)^2 - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow (-x+1)^2 - (\sqrt{5})^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow ((-x+1)-\sqrt{5})((-x+1)+\sqrt{5}) &= 0 \\ \Leftrightarrow (-x+1-\sqrt{5})(-x+1+\sqrt{5}) &= 0\end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{aligned} -x+1-\sqrt{5} &= 0 & \text{ou} & & -x+1+\sqrt{5} &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -1+\sqrt{5} & & & \Leftrightarrow x &= -1-\sqrt{5} \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-1+\sqrt{5}; -1-\sqrt{5}\}$.

9. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} (x+7)^2 &= (x+7)(3x+4) \\ \Leftrightarrow (x+7)^2 - (x+7)(3x+4) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+7) \times ((x+7) - (3x+4)) & \\ \Leftrightarrow (x+7) \times (x+7-3x-4) & \\ \Leftrightarrow (x+7)(-2x+3) & \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{aligned} x+7 &= 0 & \text{ou} & & -2x+3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -7 & & & \Leftrightarrow 2x &= 3 \\ & & & & x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{-7; \frac{3}{2}\right\}$.

10. L'équation $(-x+2)^2 = -1$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$ car un carré ne peut pas être négatif.

11. Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} 9x^2 - 1 &= (3x-1)(2x+5) \\ \Leftrightarrow 9x^2 - 1 - (3x-1)(2x+5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x-1)(3x+1) - (3x-1)(2x+5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x-1) \times ((3x+1) - (2x+5)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x-1) \times (3x+1-2x-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x-1)(x-4) &= 0 \end{aligned}$$

D'après la règle du produit nul, l'équation est équivalente à :

$$\begin{aligned} 3x-1 &= 0 & \text{ou} & & x-4 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{3} & & & \Leftrightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{3}; 4\right\}$.

Exercice 36.

1. On résout $\frac{x+1}{2x-4} = 0$.

Les valeurs interdites sont les x tels que $2x-4=0 \Leftrightarrow x=2$.

D'après la règle du quotient nul pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{2x-4} &= 0 \\ \Leftrightarrow x+1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{S} = \{-1\}$.

2. On résout $\frac{x+1}{x-3} = 4$.

Les valeurs interdites sont les x tels que $x - 3 = 0 \iff x = 3$.

Par ailleurs, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}\frac{x+1}{x-3} &= 4 \\ \iff \frac{x+1}{x-3} - 4 &= 0 \\ \iff \frac{x+1}{x-3} - \frac{4(x-3)}{x-3} &= 0 \\ \iff \frac{-3x+13}{x-3} &= 0 \\ \iff -3x+13 &= 0 \text{ (règle du quotient nul)} \\ \iff x &= \frac{13}{3}\end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{S} = \left\{ \frac{13}{3} \right\}$.

3. On résout $\frac{4}{2x-5} = 3$.

Les valeurs interdites sont les x tels que $2x - 5 = 0 \iff x = \frac{5}{2}$.

Par ailleurs, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}\frac{4}{2x-5} &= 3 \\ \iff \frac{4}{2x-5} - 3 &= 0 \\ \iff \frac{4}{2x-5} - \frac{3(2x-5)}{2x-5} &= 0 \\ \iff \frac{-6x+19}{2x-5} &= 0 \\ \iff -6x+19 &= 0 \text{ (règle du quotient nul)} \\ \iff x &= \frac{19}{6}\end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{S} = \left\{ \frac{19}{6} \right\}$.

4. On résout $\frac{x^2-9}{-x+3} = 0$.

Les valeurs interdites sont les x tels que $-x + 3 = 0 \iff x = 3$.

D'après la règle du quotient nul, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}\frac{x^2-9}{-x+3} &= 0 \\ \iff x^2-9 &= 0 \\ \iff (x-3)(x+3) &= 0 \\ \iff x-3=0 \text{ ou } x+3=0 &\text{ (règle du produit nul)} \\ \iff x=3 \text{ ou } x=-3\end{aligned}$$

Par ailleurs, comme 3 est une valeur interdite, la seule solution est -3 .

Ainsi, $\mathcal{S} = \{-3\}$.

5. On résout $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = 0$.

Les valeurs interdites sont $x = 0$ et $x = -1$. Par ailleurs, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1 \times (x+1)}{x(x+1)} + \frac{2x}{x(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{3x+1}{x(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x+1 &= 0 \text{ (règle du quotient nul)} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

6. On résout $\frac{2}{x} = \frac{-3}{x+1} + \frac{5}{x(x+1)}$.

Les valeurs interdites sont $x = 0$ et $x = -1$. Par ailleurs, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}\frac{2}{x} &= \frac{-3}{x+1} + \frac{5}{x(x+1)} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{x} - \frac{-3}{x+1} - \frac{5}{x(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{2(x+1)}{x(x+1)} - \frac{-3x}{x(x+1)} - \frac{5}{x(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{5x-3}{x(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow 5x-3 &= 0 \text{ (règle du quotient nul)} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{5}\right\}$.

Exercice 37.

1. $\mathcal{S} = \{(-3; 4)\}$

2. $\mathcal{S} = \left\{\left(-\frac{7}{12}; -\frac{5}{6}\right)\right\}$

3. $\mathcal{S} = \{(-2; 1)\}$

4. $\mathcal{S} = \{(-2; 1)\}$

5. $\mathcal{S} = \{(1; -15)\}$

6. $\mathcal{S} = \{(16; 3)\}$