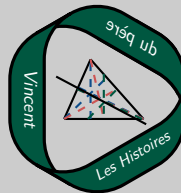


Calculs de dérivées

Yannick VINCENT

yannick.vincent@umontpellier.fr

Université de Montpellier



I. Dérivées des fonctions de références

II. Dérivées et opérations

III. Exemples

I. Dérivées des fonctions de références

Fonction	$\mathcal{D}_f$	$f(x) =$	dériv. sur	$f'(x) =$
affine	$\mathbb{R}$	$ax + b$	$\mathbb{R}$	a
puissances positives	$\mathbb{R}$	x^n (avec $n > 0$)	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
puissances négatives	$\mathbb{R}^*$	x^n (avec $n < 0$)	$\mathbb{R}^*$	nx^{n-1}
inverse	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$
racine carrée	$\mathbb{R}_+$	$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
valeur absolue	$\mathbb{R}$	$ x $	$\mathbb{R}^*$	1 si $x > 0$ et -1 si $x < 0$
exponentielle	$\mathbb{R}$	e^x	$\mathbb{R}$	e^x
logarithme népérien	$\mathbb{R}_+^*$	$\ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{x}$
exponentielle de base $a > 0$	$\mathbb{R}$	a^x	$\mathbb{R}$	$\ln(a).a^x$
sinus	$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
cosinus	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$

II. Dérivées et opérations

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I . Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Type d'opération	Fonction à dériver	Fonction dérivée
Dérivée d'une somme de fonctions	$u + v$	$(u + v)' = u' + v'$
Dérivée du produit d'une fonction u par une constante λ	$\lambda \times u$	$(\lambda \times u)' = \lambda \times u'$
Dérivée d'un produit de fonctions	$u \times v$	$(uv)' = u'v + uv'$
Dérivée d'un quotient de fonctions	$\frac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
Dérivée de l'inverse d'une fonction	$\frac{1}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

II. Dérivées et opérations

Proposition – Dérivée d'une composée

Soit u, v deux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$.

Si u est dérivable en x et si v est dérivable en $u(x)$, alors $v \circ u$ est dérivable en x et

$$(v \circ u)'(x) = v'(u(x)) \times u'(x).$$

Méthode – Calculer une dérivée

1. Identifier la forme de la fonction (somme, produit, quotient).
2. Appliquer les formules en utilisant les expressions des fonctions de référence.

III. Exercice corrigé

On considère les fonctions suivantes. Déterminer leur ensemble de définition et leur ensemble de dérivabilité puis calculer l'expression de $f'(x)$.

$$1. f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$$

$$2. f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$$

$$3. f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$$

$$4. f_4(x) = \sqrt{\frac{2x + 1}{7 - x}}$$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

Dérivées et opérations

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I . Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Type d'opération	Fonction à dériver	Fonction dérivée
Dérivée d'une somme de fonctions	$u + v$	$(u + v)' = u' + v'$
Dérivée du produit d'une fonction u par une constante λ	$\lambda \times u$	$(\lambda \times u)' = \lambda \times u'$
Dérivée d'un produit de fonctions	$u \times v$	$(uv)' = u'v + uv'$
Dérivée d'un quotient de fonctions	$\frac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
Dérivée de l'inverse d'une fonction	$\frac{1}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est dérivable comme somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f'_1(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + g'_3(x)$$

Dérivées des fonctions de références

Fonction	$\mathcal{D}_f$	$f(x) =$	dériv. sur	$f'(x) =$
affine	$\mathbb{R}$	$ax + b$	$\mathbb{R}$	a
puissances positives	$\mathbb{R}$	x^n (avec $n > 0$)	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
puissances négatives	$\mathbb{R}^*$	x^n (avec $n < 0$)	$\mathbb{R}^*$	nx^{n-1}
inverse	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$
racine carrée	$\mathbb{R}_+$	$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
valeur absolue	$\mathbb{R}$	$ x $	$\mathbb{R}^*$	1 si $x > 0$ et -1 si $x < 0$
exponentielle	$\mathbb{R}$	e^x	$\mathbb{R}$	e^x
logarithme népérien	$\mathbb{R}_+^*$	$\ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{x}$
exponentielle de base $a > 0$	$\mathbb{R}$	a^x	$\mathbb{R}$	$\ln(a).a^x$
sinus	$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
cosinus	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f_1'(x) = g_1'(x) + g_2'(x) + g_3'(x)$$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f'_1(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + g'_3(x)$$

$$g'_1(x) = 3x^2$$

Dérivées et opérations

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I . Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Type d'opération	Fonction à dériver	Fonction dérivée
Dérivée d'une somme de fonctions	$u + v$	$(u + v)' = u' + v'$
Dérivée du produit d'une fonction u par une constante λ	$\lambda \times u$	$(\lambda \times u)' = \lambda \times u'$
Dérivée d'un produit de fonctions	$u \times v$	$(uv)' = u'v + uv'$
Dérivée d'un quotient de fonctions	$\frac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
Dérivée de l'inverse d'une fonction	$\frac{1}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

Dérivées des fonctions de références

Fonction	$\mathcal{D}_f$	$f(x) =$	dériv. sur	$f'(x) =$
affine	$\mathbb{R}$	$ax + b$	$\mathbb{R}$	a
puissances positives	$\mathbb{R}$	x^n (avec $n > 0$)	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
puissances négatives	$\mathbb{R}^*$	x^n (avec $n < 0$)	$\mathbb{R}^*$	nx^{n-1}
inverse	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$
racine carrée	$\mathbb{R}_+$	$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
valeur absolue	$\mathbb{R}$	$ x $	$\mathbb{R}^*$	1 si $x > 0$ et -1 si $x < 0$
exponentielle	$\mathbb{R}$	e^x	$\mathbb{R}$	e^x
logarithme népérien	$\mathbb{R}_+^*$	$\ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{x}$
exponentielle de base $a > 0$	$\mathbb{R}$	a^x	$\mathbb{R}$	$\ln(a).a^x$
sinus	$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
cosinus	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f_1'(x) = g_1'(x) + g_2'(x) + g_3'(x)$$

$$g_1'(x) = 3x^2$$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f_1'(x) = g_1'(x) + g_2'(x) + g_3'(x)$$

$$g_1'(x) = 3x^2$$

$$g_2'(x) = 5 \times 2x$$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f'_1(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + g'_3(x)$$

$$g'_1(x) = 3x^2$$

$$g'_2(x) = 5 \times 2x = 10x$$

Dérivées des fonctions de références

Fonction	$\mathcal{D}_f$	$f(x) =$	dériv. sur	$f'(x) =$
affine	$\mathbb{R}$	$ax + b$	$\mathbb{R}$	a
puissances positives	$\mathbb{R}$	x^n (avec $n > 0$)	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
puissances négatives	$\mathbb{R}^*$	x^n (avec $n < 0$)	$\mathbb{R}^*$	nx^{n-1}
inverse	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$
racine carrée	$\mathbb{R}_+$	$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
valeur absolue	$\mathbb{R}$	$ x $	$\mathbb{R}^*$	1 si $x > 0$ et -1 si $x < 0$
exponentielle	$\mathbb{R}$	e^x	$\mathbb{R}$	e^x
logarithme népérien	$\mathbb{R}_+^*$	$\ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{x}$
exponentielle de base $a > 0$	$\mathbb{R}$	a^x	$\mathbb{R}$	$\ln(a).a^x$
sinus	$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
cosinus	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f'_1(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + g'_3(x)$$

$$g'_1(x) = 3x^2$$

$$g'_2(x) = 5 \times 2x = 10x$$

$$g'_3(x) = -3x^{-4}$$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f'_1(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + g'_3(x)$$

$$g'_1(x) = 3x^2$$

$$g'_2(x) = 5 \times 2x = 10x$$

$$g'_3(x) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

Question 1 : $f_1(x) = x^3 + 5x^2 + \frac{1}{x^3}$

f_1 est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$:

$$f_1 = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g_1 : x \longmapsto x^3$$

$$g_2 : x \longmapsto 5x^2$$

$$g_3 : x \longmapsto \frac{1}{x^3}$$

$$f'_1(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + g'_3(x)$$

$$g'_1(x) = 3x^2$$

$$g'_2(x) = 5 \times 2x = 10x$$

$$g'_3(x) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_1(x) = 3x^2 + 10x - \frac{3}{x^4}$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases}$$

Dérivées et opérations

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I . Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Type d'opération	Fonction à dériver	Fonction dérivée
Dérivée d'une somme de fonctions	$u + v$	$(u + v)' = u' + v'$
Dérivée du produit d'une fonction u par une constante λ	$\lambda \times u$	$(\lambda \times u)' = \lambda \times u'$
Dérivée d'un produit de fonctions	$u \times v$	$(uv)' = u'v + uv'$
Dérivée d'un quotient de fonctions	$\frac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
Dérivée de l'inverse d'une fonction	$\frac{1}{v}$ avec $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$	$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases}$$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f_2'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\ &= 1 \times (x^2 + 5) + (x + 1)2x \end{aligned}$$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\ &= 1 \times (x^2 + 5) + (x + 1)2x \\ &= x^2 + 5 + 2x^2 + 2x \end{aligned}$$

Question 2 : $f_2(x) = (x + 1)(x^2 + 5)$

f_2 est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables

$$f_2 = uv$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = x^2 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\ &= 1 \times (x^2 + 5) + (x + 1)2x \\ &= x^2 + 5 + 2x^2 + 2x \\ &= 3x^2 + 2x + 5 \end{aligned}$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

Proposition – Dérivée d'une composée

Soit u, v deux fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$.

Si u est dérivable en x et si v est dérivable en $u(x)$, alors $v \circ u$ est dérivable en x et

$$(v \circ u)'(x) = v'(u(x)) \times u'(x).$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

$$u = gh$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = \ln(x)$$

$$u'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$$

$$= 2x \ln(x) + x^2 \times \frac{1}{x}$$

$$= 2x \ln(x) + x$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = 2x \ln(x) + x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = 2x \ln(x) + x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$$

Pour tout $x \in]0; +\infty[$,

$$f'_3(x) = v'(u(x))u'(x)$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = 2x \ln(x) + x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$$

Pour tout $x \in]0; +\infty[$,

$$\begin{aligned} f_3'(x) &= v'(u(x))u'(x) \\ &= e^{x^2 \ln(x)}(2x \ln(x) + x) \end{aligned}$$

Question 3 : $f_3(x) = e^{x^2 \ln(x)}$

f_3 est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit et composée de fonctions dérivables.

$$f_3 = e^u = v \circ u$$

$$\begin{cases} u(x) = x^2 \ln(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = 2x \ln(x) + x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$$

Pour tout $x \in]0; +\infty[$,

$$\begin{aligned} f_3'(x) &= v'(u(x))u'(x) \\ &= e^{x^2 \ln(x)}(2x \ln(x) + x) \\ &= (2x \ln(x) + x)e^{x^2 \ln(x)} \end{aligned}$$

Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

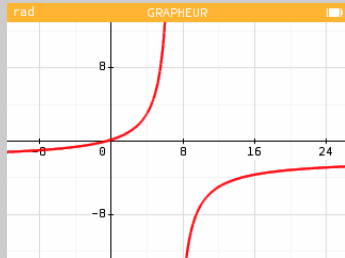
Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	7	$+\infty$
$2x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$7-x$	$+$	$+$	$-$	$-$
$\frac{2x+1}{7-x}$	$-$	0	$+$	$-$

Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$



Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	7	$+\infty$
$2x+1$	-	0	+	+
$7-x$	+	+	-	-
$\frac{2x+1}{7-x}$	-	0	+	-

Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

c'est-à-dire si $x \in \left[-\frac{1}{2}; 7\right[.$

Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

c'est-à-dire si $x \in \left[-\frac{1}{2}; 7\right[$.

- $f'_4(x)$ existe si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} > 0 \end{cases}$

Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

c'est-à-dire si $x \in \left[-\frac{1}{2}; 7\right[.$

- $f'_4(x)$ existe si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} > 0 \end{cases}$

c'est-à-dire si $x \in \left]-\frac{1}{2}; 7\right[.$

Question 4 : $f_4(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}$

- $f_4(x)$ est bien définie si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} \geq 0 \end{cases}$

c'est-à-dire si $x \in \left[-\frac{1}{2}; 7\right[$.

- $f'_4(x)$ existe si $\begin{cases} 7-x \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{2x+1}{7-x} > 0 \end{cases}$

c'est-à-dire si $x \in \left]-\frac{1}{2}; 7\right[$.

L'ensemble de définition est donc $\left[-\frac{1}{2}; 7\right[$ et l'ensemble de dérivabilité est $\left]-\frac{1}{2}; 7\right[$.

- $f_4 = v \circ u$

$$\begin{cases} u(x) = \frac{2x+1}{7-x} \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$$

- $f_4 = v \circ u$

$$\begin{cases} u(x) = \frac{2x+1}{7-x} \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = \frac{2(7-x) - (2x+1) \times (-1)}{(7-x)^2} = \frac{15}{(7-x)^2} \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$$

- $f_4 = v \circ u$

$$\begin{cases} u(x) = \frac{2x+1}{7-x} \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = \frac{2(7-x) - (2x+1) \times (-1)}{(7-x)^2} = \frac{15}{(7-x)^2} \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$$

Pour tout $x \in \left] -\frac{1}{2}; 7 \right[$,

$$f_4'(x) = v'(u(x)) \times u'(x)$$

- $f_4 = v \circ u$

$$\begin{cases} u(x) = \frac{2x+1}{7-x} \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = \frac{2(7-x) - (2x+1) \times (-1)}{(7-x)^2} = \frac{15}{(7-x)^2} \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$$

Pour tout $x \in \left] -\frac{1}{2}; 7 \right[$,

$$\begin{aligned} f_4'(x) &= v'(u(x)) \times u'(x) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}} \times \frac{15}{(7-x)^2} \end{aligned}$$

- $f_4 = v \circ u$

$$\begin{cases} u(x) = \frac{2x+1}{7-x} \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = \frac{2(7-x) - (2x+1) \times (-1)}{(7-x)^2} = \frac{15}{(7-x)^2} \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$$

Pour tout $x \in \left] -\frac{1}{2}; 7 \right[$,

$$\begin{aligned} f_4'(x) &= v'(u(x)) \times u'(x) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}} \times \frac{15}{(7-x)^2} \\ &= \frac{15\sqrt{7-x}}{2(7-x)^2\sqrt{2x+1}} \end{aligned}$$

- $f_4 = v \circ u$

$$\begin{cases} u(x) = \frac{2x+1}{7-x} \\ v(x) = \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'(x) = \frac{2(7-x) - (2x+1) \times (-1)}{(7-x)^2} = \frac{15}{(7-x)^2} \\ v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$$

Pour tout $x \in \left] -\frac{1}{2}; 7 \right[$,

$$\begin{aligned} f_4'(x) &= v'(u(x)) \times u'(x) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x+1}{7-x}}} \times \frac{15}{(7-x)^2} \\ &= \frac{15\sqrt{7-x}}{2(7-x)^2\sqrt{2x+1}} = \frac{15}{2(7-x)^{3/2}\sqrt{2x+1}} \end{aligned}$$

Merci et à bientôt !

