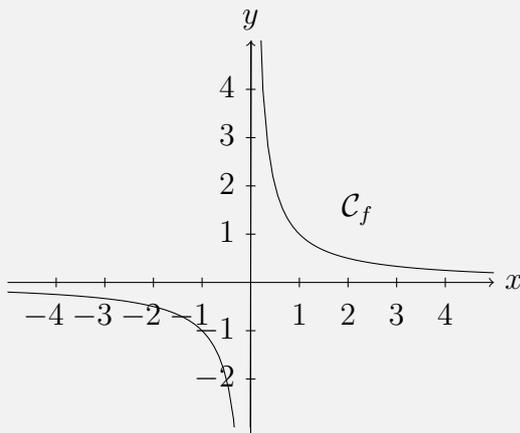


Limites de fonctions – Exercices

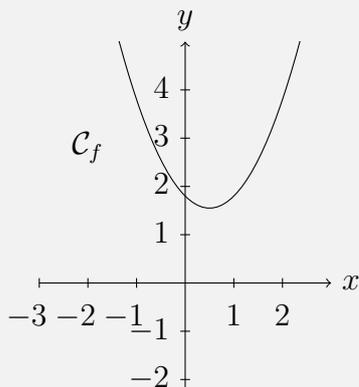
Exercice 1 ★ [Représenter]

Pour chacune des fonctions dont on donne les courbes ci-dessous, déterminer l'ensemble de définition et les limites aux bornes de l'ensemble de définition.

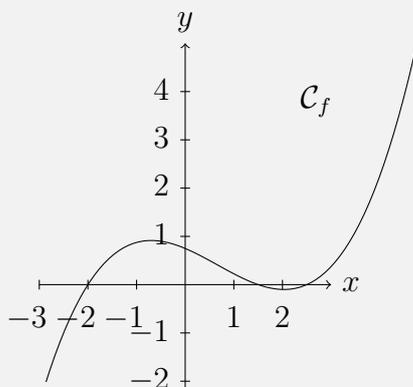
1.



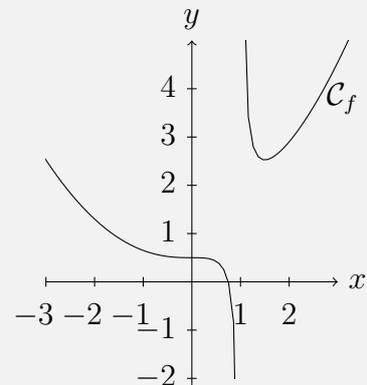
2.



3.



4.



Exercice 2 ★ [Représenter]

Dans chaque cas, tracer un exemple de courbe C_f dont la fonction f est définie sur l'ensemble \mathcal{D} et qui admet les limites indiquées.

1. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

2. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

3. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

4. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

5. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$$

Exercice 3 ★ [Calculer]

Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$ et en $-\infty$.

1. $f_1(x) = x^2 + \frac{1}{x}$
2. $f_2(x) = x^4 - \frac{3}{x^2}$
3. $f_3(x) = 7x + 1 + 3\sqrt{x}$
4. $f_4(x) = \frac{7}{x + x^2}$
5. $f_5(x) = \frac{3 - \frac{1}{x}}{x + 2}$
6. $f_6(x) = -x^2 - \frac{3}{x^3 - 5}$

Exercice 6 ★ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer la limite de la fonction f lorsque x tend vers a .

1. $f(x) = x^2 + 7x$ et $a = +\infty$
2. $f(x) = -7x^2 + \frac{5}{x}$ et $a = -\infty$
3. $f(x) = -x^2 + \frac{3}{x^3}$ et $a = 1$
4. $f(x) = -7x^2 + \frac{5}{x}$ et $a = 0$
5. $f(x) = -1 + \frac{1}{x - 1}$ et $a = -1$

Exercice 4 ★★ [Calculer]

Quels sont les entiers positifs n tels que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$?

Exercice 5 ★ [Représenter]

Dans chaque cas, traduire graphiquement, en terme d'existence d'une asymptote horizontale ou verticale, la limite indiquée.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
4. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$
5. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$

Exercice 7 ★ [Calculer]

Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$ et en $-\infty$.

1. $f_1(x) = x^2 + x - 7$
2. $f_2(x) = x^2 - 7x + 5$
3. $f_3(x) = x^3 - x^2 + 5x$
4. $f_4(x) = x^3 - x^4$
5. $f_5(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{7}$
6. $f_6(x) = -\frac{x^{10}}{7} - \frac{x^2}{2}$

Exercice 8 ★★ [Calculer]

Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-4}$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{x+8}$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x-2}$

5. $\lim_{x \rightarrow 1} -\frac{3}{x-1}$

6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3}{x+4} + x^2$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x}{x+1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{x-7}$

Exercice 9 ★ [Calculer]

Déterminer les limites suivantes en justifiant.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x}$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + x$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} - 1$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 5}$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{7x}}{x+4} + x^2$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$

8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x+1)e^x$

Exercice 10 ★★★ [Calculer]

Déterminer les limites suivantes en justifiant.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} - x^2$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} - 3x + 2$

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x^2 e^x + \frac{e^x}{x} \right)^2$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3} - 5x^2 + 3x$

5. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{e^x}{x+1}$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} - \frac{e^{2x}}{x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 7 + \frac{e^x + x}{e^x}$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{3x} - \frac{e^{3x}}{x}$