

TP 7 – Algorithme de Kaprekar

On considère un entier naturel n écrit en base 10. On calcule le nombre $m = n_2 - n_1$ où n_1 est obtenu en arrangeant les chiffres du nombre n dans l'ordre croissant et le nombre n_2 en arrangeant les chiffres du nombre n dans l'ordre décroissant. On itère ensuite le processus avec le nombre obtenu m .

1. Cas d'un nombre à deux chiffres

- Si n est un nombre à deux chiffres, montrer qu'on obtient un multiple de 9 après un tour dans l'algorithme.
- En déduire que pour tout nombre à deux chiffres, la suite définie par l'algorithme est nulle à partir d'un certain rang.

2. Cas d'un nombre à trois chiffres

- Si n est un nombre à trois chiffres, montrer qu'on obtient un multiple de 99 après un tour dans l'algorithme.
 - En déduire que pour tout nombre à trois chiffres, la suite définie par l'algorithme est, à partir d'un certain rang, soit nulle, soit constante égale à 495.
 - Dans quel cas un nombre à trois chiffres mène-t-il à 495 ?
3. Effectuer l'algorithme en partant de $n = 63954$. La suite devient-elle constante à partir d'un certain rang ? Qu'observe-t-on ?

4. Cas général

- Montrer que pour tout entier n , la suite définie par l'algorithme est soit constante à partir d'un certain rang, soit formera une répétition cyclique.
- On considère un entier n dont le nombre de chiffres est inférieur ou égal à 9. Si l'on suppose que la suite définie par l'algorithme est constante à partir d'un certain rang, quelles sont les valeurs possibles de cette constante ? Écrire un algorithme en langage Python permettant de répondre à la question.

Histoire

Dattatreya Ramachandra Kaprekar (1905-1986) est un mathématicien indien connu pour ses recherches sur les nombres. Il a passé sa vie à observer les nombres en découvrant des propriétés toutes aussi originales les unes que les autres (nombres de Kaprekar, nombres de Harshad, suites de Kaprekar, suite de Fibonacci, etc.). Il disait lui-même : « A drunkard wants to go on drinking wine to remain in that pleasurable state. The same is the case with me in so far as numbers are concerned. »



