

Probabilités au bridge

Yannick VINCENT

23 juin 2026

Table des matières

I. Nombre de mains et de donnes	1
II. Probabilités des distributions	1

I. Nombre de mains et de donnes

Une main de bridge est constituée de 13 cartes tirées aléatoirement parmi 52. On a donc :

Proposition 1

Le nombre total de mains possibles est :

$$n = \binom{52}{13} = \frac{52!}{13!(52-13)!} \approx 6,35 \times 10^{11}.$$

De plus, une donne de bridge consiste à distribuer 52 cartes entre 4 joueurs (**Nord, Est, Sud, Ouest**) recevant chacun exactement 13 cartes. On a donc :

Proposition 2

Le nombre total de donnes possibles est :

$$N = \binom{52}{13} \times \binom{39}{13} \times \binom{26}{13} \times \binom{13}{13} = \frac{52!}{(13!)^4} \approx 5,36 \times 10^{28}.$$

II. Probabilités des distributions

Pour plus de précisions dans les résultats qui suivent, on adoptera les notations ci-dessous :

Définition 1

- Soient $n_1, n_2, n_3, n_4 \in \mathbb{N}$ tels que $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 13$. On dit que la **distribution colorée** d'une main est (n_1, n_2, n_3, n_4) si elle possède exactement $a \spadesuit, b \heartsuit, c \diamond$ et $d \clubsuit$.
- Soient $n_1, n_2, n_3, n_4 \in \mathbb{N}$ tels que $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 13$ et tels que $n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq n_4$. On dit que la **distribution** d'une main est $n_1 - n_2 - n_3 - n_4$ si la main contient n_1 cartes dans une couleur 1, n_2 cartes dans une couleur 2, n_3 cartes dans une couleur 3 et n_4 cartes dans une couleur 4.

Remarque. On pourra retenir que l'on note (n_1, n_2, n_3, n_4) la distribution colorée d'une main et $n_1 - n_2 - n_3 - n_4$ la distribution sans spécification des couleurs.

Proposition 3

Soient $n_1, n_2, n_3, n_4 \in \mathbb{N}$ tels que $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 13$. La probabilité que la distribution colorée d'une main soit (n_1, n_2, n_3, n_4) est :

$$P(n_1 \spadesuit, n_2 \heartsuit, n_3 \diamond, n_4 \clubsuit) = \frac{\binom{13}{n_1} \binom{13}{n_2} \binom{13}{n_3} \binom{13}{n_4}}{\binom{52}{13}}$$

Démonstration. Pour choisir une main avec $n_1 \spadesuit$, $n_2 \heartsuit$, $n_3 \diamondsuit$ et $n_4 \clubsuit$, on commence par choisir n_1 cartes parmi les 13 cartes à $\spadesuit$ du jeu. Il y a ainsi $\binom{13}{n_1}$ possibilités. On choisit ensuite $b \heartsuit$, $c \diamondsuit$ puis $d \clubsuit$ (il y a respectivement $\binom{13}{bn_2}$, $\binom{13}{n_3}$ et $\binom{13}{n_4}$ possibilités). Le nombre total de possibilité est donc : $\binom{13}{n_1} \binom{13}{n_2} \binom{13}{n_3} \binom{13}{n_4}$. La probabilité cherchée est alors obtenue en divisant le nombre précédemment trouvé par le nombre total de mains, à savoir $\binom{52}{13}$. $\square$

On peut alors en déduire la probabilité d'avoir une distribution donnée (sans spécifier les couleurs).

Proposition 4

Soient $n_1, n_2, n_3, n_4 \in \mathbb{N}$ tels que $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 13$ et tels que $n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq n_4$. La probabilité que la distribution d'une main soit $n_1 - n_2 - n_3 - n_4$ est :

$$p_{n_1 - n_2 - n_3 - n_4} = \frac{4!}{c!} \times \frac{\binom{13}{n_1} \binom{13}{n_2} \binom{13}{n_3} \binom{13}{n_4}}{\binom{52}{13}}$$

où $c = \text{Card} \{1 \leq i \leq 4 \text{ tels que } \exists j \neq i, x_i = x_j\}$.

Démonstration. Soient $n_1, n_2, n_3, n_4 \in \mathbb{N}$ fixés tels que $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 13$ et tels que $n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq n_4$.

- Supposons que $c = 0$. Autrement dit, tous les x_i (pour $1 \leq i \leq 4$) sont deux à deux distincts. Pour choisir une main ayant une distribution $n_1 - n_2 - n_3 - n_4$, on commence par choisir la couleur ayant n_1 cartes, celle ayant n_2 cartes, et ainsi de suite. Il y a $4!$ possibilités. Une fois ce choix fait, il reste à choisir les cartes. La proposition 3 permet alors de conclure que la probabilité cherchée est

$$4! \times \frac{\binom{13}{n_1} \binom{13}{n_2} \binom{13}{n_3} \binom{13}{n_4}}{\binom{52}{13}}.$$

- Supposons que $c = 2$. Sans perte de généralité, on peut supposer que $n_1 = n_2$ (les autres cas se traitent de manière analogue). On a alors $n_3 \neq n_4$, $n_3 \neq n_1$ et $n_4 \neq n_1$. Pour choisir une main ayant une distribution $n_1 - n_2 - n_3 - n_4$, on commence par choisir quelles sont les deux couleurs ayant n_1 cartes, quelle est la couleur ayant n_3 cartes et celle ayant n_4 cartes. Le nombre de tels choix est égal au coefficient multinomial $\binom{4}{2 \ 1 \ 1} = \frac{4!}{2!1!1!} = \frac{4!}{2!}$. Le calcul de la probabilité cherchée est ensuite similaire au cas précédent.
- Supposons que $c = 3$. Là aussi, on peut supposer que $n_1 = n_2 = n_3$. Pour choisir une main ayant une distribution $n_1 - n_2 - n_3 - n_4$, on doit choisir les couleurs comme précédemment. Il y a $\binom{4}{3 \ 1} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4!}{3!}$ choix possibles et on conclut également de la même manière que précédemment. $\square$

On en déduit ensuite le tableau de probabilité des différentes distributions :

Distribution	Probabilité (%)
4-4-3-2	21,55
5-3-3-2	15,52
5-4-3-1	12,93
5-4-2-2	10,58
4-3-3-3	10,54
6-3-2-2	5,64
6-4-2-1	4,70
6-3-3-1	3,45
5-5-2-1	3,17
4-4-4-1	2,99
7-3-2-1	1,88
6-4-3-0	1,33
5-4-4-0	1,24
5-5-3-0	0,90
6-5-1-1	0,71
6-5-2-0	0,65
7-2-2-2	0,51
7-4-1-1	0,39
7-4-2-0	0,36
7-3-3-0	0,27
8-2-2-1	0,19
8-3-1-1	0,12
7-5-1-0	0,11
8-3-2-0	0,11
6-6-1-0	0,07
8-4-1-0	0,045
7-6-0-0	0,056
8-5-0-0	0,031
9-3-1-0	0,010
9-2-2-0	0,008

Définition 2 – Types de main

- On dit qu'une main est **régulière** si elle ne comporte ni chicane, ni singleton et au plus un singleton. Il s'agit donc des mains dont la distribution est 4-4-3-2, 4-3-3-3 ou 5-3-3-2.
- On dit qu'une main est **semi-régulière** si elle comporte au plus deux doubletons. Il s'agit donc des mains dont la distribution est 5-4-2-2 ou 6-3-2-2.
- On dit qu'une main est **irrégulière** si elle n'est ni régulière, ni semi-régulière.
- On dit qu'une main est **unicolore** si elle comporte une couleur au moins 6^e et pas d'autre couleur d'au moins 4 cartes.
- On dit qu'une main est **bicolore** si elle comporte une couleur au moins 5^e et une unique autre couleur au moins 4^e.
- On dit qu'une main est **tricolore** si elle comporte au moins trois couleur au moins 4^e. Il s'agit donc des mains dont la distribution est 5-4-4-0 ou 4-4-4-1.

Remarque. Attention, une main peut tout à fait être bicolore ou unicolore tout en étant régulière ou semi-régulière.

Le tableau précédent permet d'obtenir les probabilités suivantes sur les types de jeu.

Type	Probabilité (%)
Régulière	48
Semi-régulière	16
Irrégulière	36
Bicolore	36
Unicolore	7
Tricolore	4