Nom et prénom :

....

Numéro d'étudiant

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

Question 1 $\lim_{x\to 0} \frac{x^7+x}{x^5+x^3} =$

☐ $-\infty$
☐ 1
☐ 0
■ $+\infty$

Explication : $\frac{x^7+x}{x^5+x^3} = \frac{x(x^6+1)}{x^3(x^2+1)} = \frac{x^6+1}{x^2(x^2+1)} \longrightarrow +\infty.$

Question 2 $\lim_{x\to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) =$

☐ la limite n'existe pas
☐ -1
☐ 1
■ 0

Explication : $\forall x > 0,\ -1 \leq \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1$ donc $-x \leq x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq x$.
D'après le théorème des gendarmes, on en déduit que $\lim_{x\to 0^+} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.
De même, $\forall x < 0,\ ;\ -1 \leq \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1$ donc $xx \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq -x$.
On en déduit de même que $\lim_{x\to 0^-} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.
Finalement,

$$\lim_{x\to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

Question 3 $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x =$

- [x] e
- [ ] $+\infty$
- [ ] $\frac{1}{e}$
- [ ] 1

Explication : $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e^{x\ln(1+\frac{1}{x})}$.

Or, $x\ln(1+\frac{1}{x}) = \frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}}$. On pose $h=\frac{1}{x}$ (h tend vers 0 lorsque x tend vers $+\infty$) On a $\frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}} = \frac{\ln(1+h)}{h} \longrightarrow 1$.

Ainsi, par composition, $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

Question 4 $\lim_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{x} =$

- [ ] $\frac{1}{2}$
- [ ] 1
- [x] 2
- [ ] 0

Explication : $\frac{\tan(2x)}{x} = 2\times\frac{\tan(2x)}{2x}$. On pose $h=2x$. (h tend vers 0 lorsque x tend vers 0).

De plus, $\lim_{h\to 0}\frac{\tan(h)}{h} = 1$ (nombre dérivé).

Ainsi, $\lim_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{x} = 2$

Question 5 $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^7+x}{x^5+x^3} =$

- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] $-\infty$
- [x] $+\infty$

Explication : $\frac{x^7+x}{x^5+x^3} = \frac{x^7\left(1+\frac{1}{x^6}\right)}{x^5\left(1+\frac{1}{x^2}\right)} = x^2\times\frac{1+\frac{1}{x^6}}{1+\frac{1}{x^2}} \longrightarrow +\infty$