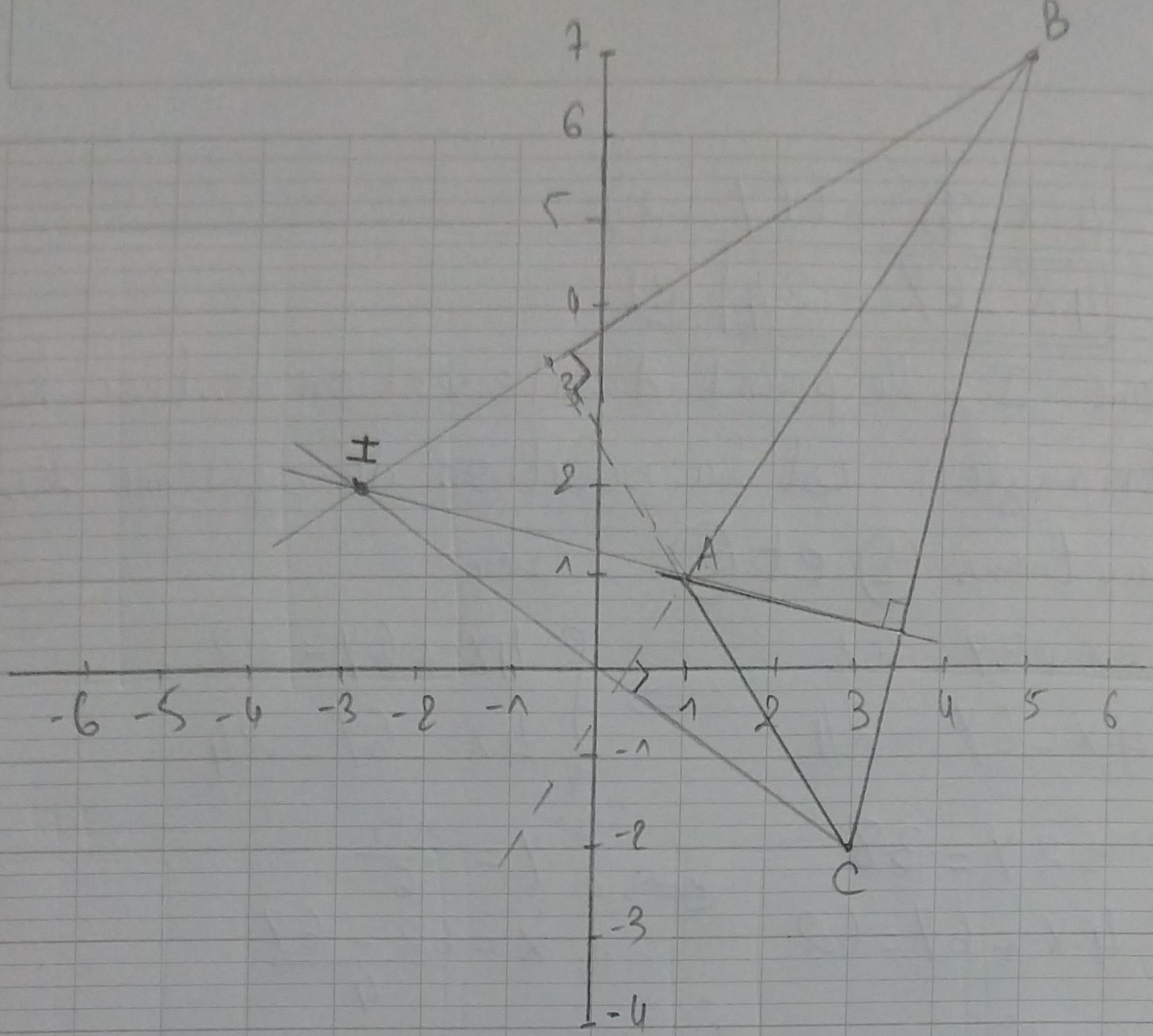

Soit h_B est l'hauteur issue de B du triangle ABC

Donc h_B est l'ensemble des point $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tels que

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$

On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-5 \\ y-7 \end{pmatrix}$

Ainsi $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$

$\Rightarrow 2(x-5) = -3(y-7)$

$\boxed{2x + 3y = 31}$ (1)

Soit h_C est l'hauteur issue de C du triangle ABC

Donc h_C est l'ensemble des points $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y+2 \end{pmatrix}$

Ainsi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$

$$4(x-3) = 6(y+2)$$

$$\boxed{4x - 6y = 24} \quad (2)$$

Donc I (le point d'intersection des trois hauteurs du triangle) est la solution de système des équations (1) et (2) Donc :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 31 \\ 4x - 6y = 24 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 62 \\ 4x - 6y = 24 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} 12y = 38 \\ 4x + 6y = 62 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = \frac{19}{6} \\ x = \frac{62 - 6y}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{19}{6} \\ x = \frac{43}{4} \end{cases}$$

. Alors l'orthencentre du triangle ABC est $I\left(\frac{19}{6} ; \frac{43}{4}\right)$