chercher#15

Soient $a \in N$ et $b \in N$:

on suppose que $n = a^2 + b^2$

on a n est impair , donc $a^2 + b^2$ est impair

c à d : a^2 est impair et b^2 est pair (ou le contraire)

a^2 est impair , donc a est impair , d'où il existe un $k \in N$ tel que : $\mathbf{a = 2k + 1}$

b^2 est pair , donc b est pair , d'où il existe un $k' \in N$ tel que : $\mathbf{b = 2k'}$

Donc :

$$\begin{aligned} n &= (2k + 1)^2 + (2k')^2 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 \\ &= 4 (k^2 + k + k'^2) + 1 \end{aligned}$$

En posant : $\mathbf{p = k^2 + k + k'^2}$

On a :

$\mathbf{n = 4p + 1}$

D'où le reste de la division euclidienne de n par 4 est 1