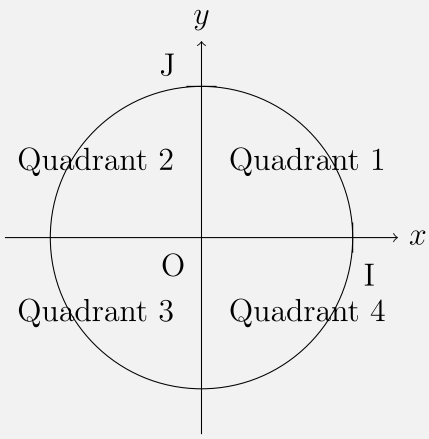
Trigonométrie – Exercices

Exercice 1 ⋆ [Représenter]

Pour chacun des réels suivants, dire dans quel quadrant il se trouvera lors de l'enroulement de la droite numérique.



- $\frac{\pi}{5}$
- $-\frac{\pi}{4}$
- $\frac{8\pi}{9}$
- $\frac{7\pi}{3}$
- $\frac{-11\pi}{6}$
- $\frac{-7\pi}{300}$

Exercice 2 ⋆ [Représenter]

Tracer le cercle trigonométrique et placer le plus précisément possible les points images des réels suivants :

- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi}{4}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{6}$
- $-\frac{\pi}{6}$
- $\frac{3\pi}{2}$
- $\frac{5\pi}{6}$
- $\frac{7\pi}{6}$
- $\frac{-2\pi}{3}$
- $\frac{-4\pi}{3}$

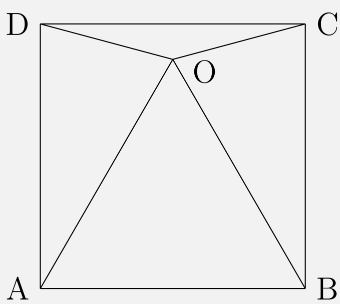
Exercice 3 ⋆ [Calculer]

Pour chacun des nombres suivants, déterminer deux autres réels ayant le même point image lors de l'enroulement de la droite numérique.

- π
- $\frac{\pi}{4}$
- $\frac{3\pi}{2}$
- $-\frac{\pi}{7}$
- $\frac{5\pi}{6}$
- $\frac{7\pi}{10}$

Exercice 4 ⋆ [Chercher, Calculer]

Déterminer la mesure de tous les angles de la figure ci-dessous sachant que ABCD est un carré et que ABO est un triangle équilatéral.



Exercice 5 ⋆ [Calculer]

1. Convertir les angles suivants en degré :
   - $\frac{\pi}{4}$ rad
   - $\frac{\pi}{5}$ rad
   - $\frac{3\pi}{7}$ rad
   - 1 rad
   - $\frac{5\pi}{60}$ rad
   - $\frac{\pi}{12}$ rad
2. Convertir les angles suivants en radian :
   - 30°
   - 60°
   - 50°
   - 1°
   - 150°
   - 430°

Exercice 6 ⋆⋆ [Représenter]

Écrire une fonction algorithmique en langage Python prenant en entrée la mesure d'un angle et renvoyant, en sortie, la mesure principale de cet angle. Implémenter cet algorithme puis le tester pour quelques valeurs.

Exercice 7 ⋆ [Chercher]

On considère un triangle équilatéral ABC de sens direct et on note O le centre du triangle. Déterminer la mesure en radian des angles orientés suivants :

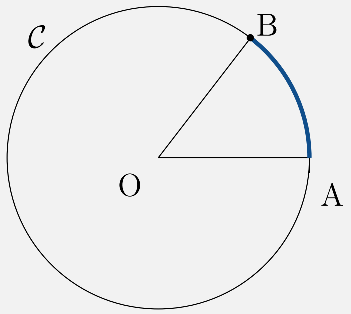
- $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AO})$
- $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AO})$
- $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$
- $(\overrightarrow{BO};\overrightarrow{CO})$

Exercice 8 ⋆⋆ [Chercher]

On considère un pentagone régulier ABCDE de sens direct et on note O le centre du pentagone.
Déterminer la mesure en radian et en degré de l'angle $\widehat{AOB}$ puis de l'angle $\widehat{CBA}$.

Exercice 9 ⋆⋆ [Représenter, Calculer]

Sur la figure ci-dessous, $\mathcal{C}$ est le cercle de centre O et de rayon OA = 3. On sait de plus que $\widehat{AOB} = 57°$. Déterminer la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$. Arrondir le résutat à 10^{-2} près.



Exercice 10 ⋆ [Représenter]

Si l'on représentait une boussole par un cercle trigonométrique, à quel angle radian correspondrait la position Sud-Ouest ?

Exercice 11 ⋆⋆ [Modéliser]

Une minute d'arc est une unité de mesure des angles égale à un soixantième de degré. On a donc :

$$1' \text{ (minute d'arc)} = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}.$$

1. Déterminer la mesure en radian d'un angle d'une minute d'arc.
2. Le mille marin est défini comme la distance à parcourir à la surface de la Terre correspondant à un arc de cercle d'une minute d'arc.
   En conisdérant la Terre comme une sphère de rayon R = 6370km, calculer la longueur d'un mille marin en mètre. Arrondir le résultat à 10 mètres près.

Exercice 12 ⋆ [Représenter]

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $(\vec{u}\,;\vec{v}) = \frac{\pi}{5}$. Déterminer les mesures des angles orientés suivants :

- $(\vec{v}\,;\vec{u})$
- $(-\vec{u}\,;\vec{v})$
- $(-\vec{u}\,;-\vec{v})$
- $(-\vec{v}\,;\vec{u})$
- $(-\vec{v}\,;-\vec{u})$

Exercice 13 ⋆ [Calculer, Représenter]

Dans chaque question, le triangle ABC est rectangle en A. Dans chaque cas, déterminer à l'aide de la calculatrice la mesure des trois angles du triangle. On arrondira à 0,1° près.

1. $AB = 5\,\text{cm}$ et $BC = 7\,\text{cm}$
2. $AB = 2\,\text{cm}$ et $AC = 2\,\text{cm}$
3. $AC = 2\,\text{cm}$ et $BC = 4\,\text{cm}$

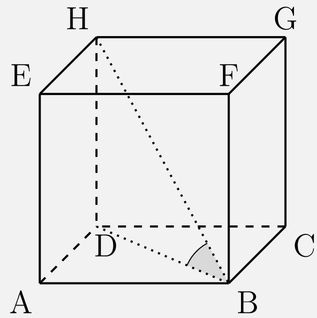
Exercice 14 ⋆ [Calculer, Représenter]

Dans chaque question, le triangle KLM est rectangle en K. dans chaque cas, déterminer à l'aide de la calculatrice la longueur des trois côtés du triangle. On arrondira à 0,1 cm près.

1. $KL = 5\,\text{cm}$ et $\widehat{KLM} = 25°$
2. $KL = 3\,\text{cm}$ et $\widehat{KLM} = 37°$
3. $LM = 10\,\text{cm}$ et $\widehat{KML} = 41°$

Exercice 15 ⋆⋆ [Chercher, Calculer]

On considère le cube ABCDEFGH de côté $AB = 4$ représenté ci-dessous.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DBH}$ en degrés (arrondir à 0,1° près).
2. Si la longueur du côté est différent de 4, la mesure de l'angle $\widehat{DBH}$ sera t-elle la même ?

Exercice 16 ⋆ [Calculer, Représenter]

Déterminer le cosinus et le sinus des nombres réels suivants.

- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi}{4}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{6}$
- $-\frac{\pi}{6}$
- $\frac{3\pi}{2}$
- $\frac{5\pi}{6}$
- $\frac{7\pi}{6}$
- $\frac{-2\pi}{3}$
- $\frac{-4\pi}{3}$

Exercice 17 ⋆⋆ [Calculer, Représenter]

Déterminer le cosinus et le sinus des nombres réels suivants.

- $\dfrac{7\pi}{2}$
- -102π
- $-\dfrac{5\pi}{4}$
- $\dfrac{5\pi}{6}$
- $\dfrac{5\pi}{3}$
- $\dfrac{37\pi}{6}$
- $-\dfrac{5\pi}{6}$
- $-\dfrac{101\pi}{3}$
- 11π
- $\dfrac{129\pi}{6}$

Exercice 18 ⋆ [Calculer]

Calculer et simplifier les expressions suivantes.

1. $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) \times \sin\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$
2. $\dfrac{2\cos\left(\dfrac{7\pi}{4}\right)}{\sin\left(\dfrac{7\pi}{4}\right)}$
3. $\dfrac{\sin\left(-\dfrac{5\pi}{4}\right)}{1+\sin\left(-\dfrac{5\pi}{4}\right)}$
4. $\cos^2\left(\dfrac{\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$
5. $\cos^2\left(\dfrac{7\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$

Exercice 19 ⋆ [Représenter]

Dans chaque cas, déterminer un nombre réel x vérifiant l'égalité demandée :

1. $\sin(x) = \dfrac{1}{2}$
2. $\sin(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\cos(x) = -1$
4. $\cos(x) = -\dfrac{1}{2}$

Exercice 20 ⋆ [Représenter]

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $\cos(x) = \dfrac{1}{2}$
2. $\sin(x) = -\dfrac{1}{2}$
3. $\sin(x) = 0$
4. $\cos(2x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
5. $\sin(3x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
6. $\cos(x) = 5.$
7. $\cos(5x) = -1.$

Exercice 21 ⋆ [Modéliser]

Une échelle de 4 mètres est appuyée contre un mur. Par mesure de sécurité, on estime que l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être environ de 75°. Quelle doit être la distance entre les pieds de l'échelle et le mur ?

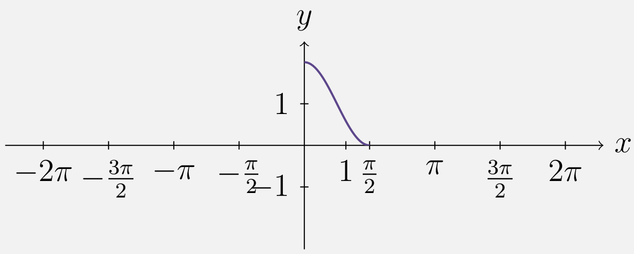
Exercice 22 ⋆ [Modéliser]

On représente la Terre par un point T, la Lune par un point L et le Soleil par un point S. On dit que la Lune est visible en quadrature lorsqu'exactement la moitié du disque lunaire est visible depuis la Terre. On parle de premier quartier de lune et de dernier quartier de lune. Autrement dit, cela se produit lorsque $\widehat{\text{SLT}} = 90°$. On observe par ailleurs depuis la Terre que $\widehat{\text{LTS}} = 89{,}853°$.

Calculer le rapport $\dfrac{\text{TS}}{\text{TL}}$ puis interpréter le résultat par une phrase.

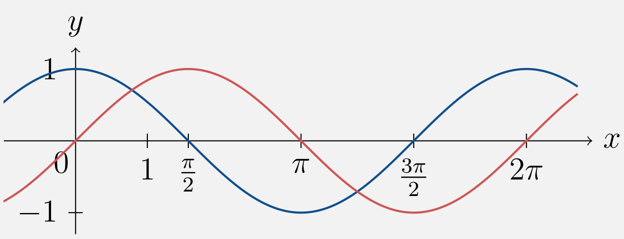
Exercice 23 ⋆ [Représenter]

La fonction f définie sur $[-2\pi\,;2\pi]$ est paire et π-périodique. Recopier et compléter la courbe $\mathcal{C}_f$ sur $[-2\pi\,;2\pi]$.



Exercice 24 ⋆ [Représenter]

Parmi les deux courbes ci-dessous, laquelle est celle de la fonction cosinus ? laquelle est celle de la fonction sinus ?



Exercice 25 ⋆ [Représenter]

Donner le tableau de signe et de variations de la fonction cosinus sur $[0\,;2\pi]$.

Exercice 26 ⋆ [Représenter]

Donner le tableau de signe et de variations de la fonction sinus sur $[\pi\,;3\pi]$.

Exercice 27 ⋆⋆ [Calculer]

Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = \sqrt{\cos(x)}$
2. $f_2(x) = \dfrac{1}{1+\sin(2x)}$

Exercice 28 ⋆⋆ [Calculer]

Déterminer les variations sur $[-\pi\,;\pi]$ de la fonction f définie par $f(x) = \sin(x)\cos(x)$.

Exercice 29 ⋆ [Représenter]

Indiquer quelle est l'amplitude, la pulsation et la phase à l'origine des fonctions trigonométriques suivantes :

1. $f(t) = 3\cos\left(5t + \dfrac{\pi}{5}\right)$
2. $f(t) = 2\cos\left(t + \dfrac{\pi}{7}\right)$
3. $f(t) = 4\sin(t)$
4. $f(t) = \sin\left(t - \dfrac{\pi}{4}\right)$
5. $f(t) = 3\sin\left(2\left(t - \dfrac{\pi}{4}\right)\right)$

Exercice 30 ⋆ [Représenter]

Pour chacune des fonctions de l'exercice précédent, tracer à main levée leur courbe représentative.

Exercice 31 ⋆⋆ [Calculer]

Appliquer les formules d'addition dans chacun des cas suivants afin d'obtenir une expression en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$:

1. $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$
2. $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$
3. $\sin(x+\pi)$
4. $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$
5. $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$
6. $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

Exercice 32 ⋆⋆⋆ [Calculer]

On rappelle que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1.$$

1. (a) Appliquer cette formule pour $x = \dfrac{\pi}{12}$ et en déduire la valeur de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.
   (b) Déterminer $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.
2. En utilisant la même méthode, déterminer $\cos\left(\dfrac{\pi}{24}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{24}\right)$.

Exercice 33 ⋆⋆⋆ [Calculer]

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'amplitude, la pulsation et l'ordonnée à l'origine.

1. $f(t) = \cos(2t) + \sin(2t)$
2. $f(t) = \sqrt{3}\cos(5t) - \sin(5t)$
3. $f(t) = \cos(5t) + \sqrt{3}\sin(5t)$
4. $f(t) = 2\sqrt{2}\cos(t) - 2\sqrt{2}\sin(t)$
5. $f(t) = 3\sqrt{3}\cos(4t) - 3\sin(4t)$
6. $f(t) = 11\cos(9t) - 11\sin(9t)$
7. $f(t) = 3\cos(4t) - \sqrt{3}\sin(4t)$
8. $f(t) = \sqrt{6}\cos(t) + \sqrt{2}\sin(t)$