

Statistiques à deux variables – Exercices

L'ensemble des tableaux de données auxquels font référence les exercices sont regroupés en page 4 et 5.

Exercice 1 ★ [Représenter, Calculer]

Le tableau ci-dessous donne le nombre de véhicules électriques neufs immatriculés en France de 2014 à 2018.

1. Représenter dans un repère le nuage de points associé à cette série chronologique.
2. Proposer un ajustement affine de ce nuage.
3. Si on suppose que ce modèle d'ajustement reste valable plusieurs années, combien de véhicules neufs auraient été immatriculés en 2020 ? À partir de quelle année dépasserait-on 50 000 véhicules neufs immatriculés.

Exercice 2 ★ [Représenter, Calculer]

1. Représenter dans un même repère du plan les nuages de points des séries chronologiques suivantes donnant l'âge moyen au premier mariage des hommes et des femmes en France métropolitaine.
2. Décrire l'évolution de ces données. les âges moyens au premier mariage des femmes semblent-ils se rapprocher de ceux des hommes ?

Exercice 3 ★ [Représenter, Calculer]

Dans un laboratoire, des ingénieurs étudient la résistance à la compression et à la traction (en Mégapascal, MPa) d'un nouveau béton selon son temps de séchage (en jour).

Une série d'essais a donné les résultats suivants.

1. Représenter sur un même graphique ces séries chronologiques en plaçant en abscisse le temps de séchage et en ordonnée les résistances. Comment semblent évoluer ces résistances ?
2. On peut lire dans certains ouvrages que l'on peut prendre pour valeur approchée de la résistance à la traction le dixième de la résistance à la compression. Est-ce le cas ici ?

Exercice 4 ★★ [Représenter, Calculer]

L'évolution du prix des médicaments en France, en prenant pour indice la base 100 en 2013, est donnée ci-dessous.

1. Représenter dans un repère adapté le nuage de points associé à cette série.
2. Déterminer un ajustement affine de cette série par la méthode des moindres carrés.
3. Selon ce modèle, quel est l'indice des prix en 2012 ? en 2019 ?
4. Quel est alors le taux d'évolution (exprimé en pourcentage) entre ces deux indices.

Exercice 5 ★★ [Représenter, Calculer]

Un protocole d'imagerie médicale nécessite l'injection chez le patient d'une dose de produit radioactif qui ne doit pas contenir plus de 2600 milliards de noyaux radioactifs. On dispose du tableau suivant qui donne le nombre de milliards de noyaux radioactifs présents dans le produit préparé en fonction du temps t exprimé en minute.

1. Peut-on injecter ce produit au cours des deux premières heures ?
2. Représenter le nuage de points de coordonnées $(t_i; y_i)$ dans un repère. On prendra pour unités 20 minutes en abscisse et 400 milliards de noyaux radioactifs en ordonnée.
3. Déterminer une équation d'une droite d'ajustement de ce nuage.
4. On admet que pendant les quatre heures suivant la préparation du produit, le nombre y de milliards de noyaux radioactifs encore présents dans le produit peut être modélisé par la relation

$$y = -26t + 7900.$$

où t est le temps (en minute) écoulé depuis que le produit a été préparé.

- (a) Selon ce modèle, une fois que le produit est prêt, combien de temps faut-il attendre afin de l'injecter au patient ?
- (b) On apprend qu'au bout de 240 minutes, il y a, en fait, 3 100 milliards de noyaux radioactifs dans le produit préparé. Cette information remet-elle en cause le modèle proposé ?

Exercice 6 ★★ [Représenter, Calculer]

Le tableau ci-dessous retrace l'évolution sur vingt ans du record du monde du 100m en athlétisme chez les hommes.

1. (a) Calculer le taux d'évolution du temps du record du monde du 100m en athlétisme chez les hommes entre 1998 et 2008. Arrondir le résultat à 0,01%.
(b) Sur les vingt années, montrer que le temps du record du monde à l'épreuve du 100m en athlétisme chez les hommes a baissé chaque année en moyenne de 0,117%.
2. Représenter un nuage de points associé à la série statistique à deux variables $(x_i; y_i)$ puis déterminer une équation de la droite d'ajustement affine.
3. Pour la suite de l'exercice, on retiendra comme ajustement affine la droite d'équation

$$y = -0,01x + 9,91.$$

En utilisant ce modèle, à quel temps peut-on estimer le record du monde du 100m chez les hommes en 2009.

4. En août 2009, Usain Bolt a couru le 100m en 9,58s. Calculer le pourcentage d'erreur commise lors de l'ajustement affine par rapport au temps réel du record. Commenter ce résultat.

Exercice 7 ★ [Représenter, Calculer]

À l'aide d'un ballon sonde, on a relevé la pression atmosphérique (en hectopascal de symbole hPa), à différentes altitudes.

1. représenter le nuage de points $M_i(a_i; P_i)$ de cette série statistique dans un repère du plan. Un ajustement affine semble-t-il être pertinent ?
2. Compléter la dernière colonne du tableau.
3. Représenter le nuage de points de coordonnées $(u_i; a_i)$ dans un repère du plan.
4. À l'aide de la calculatrice, proposer un ajustement affine de ce nuage.
5. On considère désormais qu'on a la relation : $a = -15u + 56$. Exprimer alors l'altitude a en fonction de la pression P , puis la pression P en fonction de l'altitude a .

Exercice 8 ★★ [Raisonnement, Calculer]

Le tableau suivant regroupe le nombre d'attaques de pirates contre des navires dans le monde entre 2012 et 2017 et le nombre de naissances de garçons se prénommant Kévin en France au cours de la même période.

1. Comment a globalement évolué le nombre d'attaques de pirates entre 2012 et 2017 ? le nombre de naissances de garçons se prénommant Kévin ?
2. Représenter ces données dans un repère.
3. Le graphique construit à la question précédente semble montrer qu'un ajustement affine est pertinent. Déterminer une équation de la droite d'ajustement du nuage de points.
4. Y'a-t-il une relation de cause à effet entre le nombre d'attaques de pirates et le nombre de naissances de garçons se prénommant Kévin ?

Exercice 9 ★ [Chercher, Communiquer]

Faire une recherche documentaire sur la différence entre corrélation et causalité en statistiques. Expliquer cette différence en présentant plusieurs exemples concrets.

Exercice 10 ★ ★ ★ [Représenter, Calculer]

Dans une salle de concert, un relevé de niveaux d'intensité sonores issus d'un générateur de sons a été effectué en plusieurs endroits. Les mesures effectuées ont été consignées dans le tableau ci-dessous.

1. Un ajustement affine vous semble-t-il pertinent ?
2. Pour chaque distance x_i , on pose $u_i = \log(x_i)$. Représenter le nuage de points $(u_i; s_i)$ dans un repère puis en proposer un ajustement affine.
3. En déduire une expression de l'intensité sonore en fonction de la distance.
4. À partir de l'expression trouvée, déterminer l'intensité sonore attendue à une distance de 8 mètres, puis de 30 mètres.

Exercice 11 ★ ★ ★ [Représenter, Calculer]

Pour mesurer la protection des rayonnements radioactifs issus d'une source de Césium par des feuilles d'aluminium, on procède à un comptage des particules désintégrées au cours d'une même période en fonction de l'épaisseur des feuilles d'aluminium choisies.

1. Un ajustement affine vous semble-t-il pertinent ?
2. On considère le changement de variable suivant : $y_i = \log(n_i - 118)$. Représenter le nuage de points $(e_i; y_i)$ dans un repère puis en proposer un ajustement affine.
3. En déduire une expression du nombre de désintégrations n en fonction de l'épaisseur d'aluminium e .

Exercice 1

Année	Rang de l'année x_i	Nombre de milliers de véhicules y_i
2014	0	10,5
2015	1	17,3
2016	2	21,7
2017	3	24,9
2018	4	31

Exercice 2

Années	1970	1980	1990	2000	2010
Hommes	22,6	23	25,6	28	30
Femmes	24,7	25,1	27,6	30,2	31,8

Exercice 3

Tempps (jour)	0	5	10	15	20	25
Traction (MPa)	0	1,4	1,9	2	2,3	2,4
Compression (MPa)	0	15	18	21	23	25

Exercice 4

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Indice	100	96,3	92,4	89,3	86,9

Exercice 5

Temps t_i en minute	0	20	40	60	80	100	120
Nombre de milliards de noyaux radio. y_i	8000	7400	6800	6300	5800	5400	4900

Exercice 6

Année	Athlète	Rang de l'année (x_i)	Temps en seconde (y_i)
1988	Carl Lewis	0	9,92
1991	Carl Lewis	3	9,86
1994	Leroy Burrell	6	9,85
1996	Donovan Bailey	8	9,84
1999	Maurice Green	11	9,79
2005	Asafa Powell	17	9,77
2007	Asafa Powell	19	9,74
2008	Usain Bolt	20	9,69

Exercice 7

Altitude a_i (en km)	Pression P_i (en hPa)	$u_i = \log(P_i)$
0	1000	
5	540	
10	270	
15	120	
20	60	
30	10	

Exercice 8

Année	Attaque de pirates x_i	Naissances de Kévin y_i
2012	2975	279
2013	264	213
2014	245	224
2015	246	208
2016	191	192
2017	180	167

Exercice 10

Distance x_i (en m)	Intensité sonore s_i (en dB)
0,5	97
1	85
2	73
3	66
5	59
10	53
11	55
12	52
15	55
20	49

Exercice 11

Épaisseur e_i (en mm)	Nombre de désintégrations n_i
0	1525
0,1	767
0,2	486
0,4	271
0,6	194
0,8	155
1	131
2	119