Fonctions : équations et inéquations – Exercices

	Chercher	Modéliser	Représenter	Raisonner	Calculer	Comm.
Exercices ⋆			2, 4, 5, 6, 13		1, 4, 9	
Exercices ⋆⋆	3	10	3, 12, 16		14, 15, 16	10
Exercices ⋆⋆⋆	7, 8	7, 8, 11			7, 8, 11	

Exercice 1 ⋆ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer le(s) antécédent(s) de a par la fonction f.

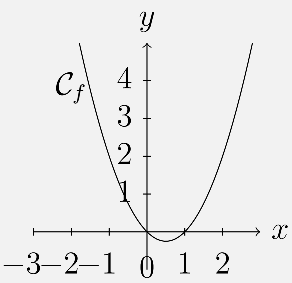
1. $f(x) = 5x + 1$ et $a = 3$
2. $f(x) = x^2 + 2x$ et $a = 0$
3. $f(x) = x^2 + 2x$ et $a = -1$
4. $f(x) = (x-5)^2$ et $a = 9$
5. $f(x) = \dfrac{x+1}{x}$ et $a = 6$
6. $f(x) = 4x^2$ et $a = 5$

Exercice 2 ⋆ [Représenter]

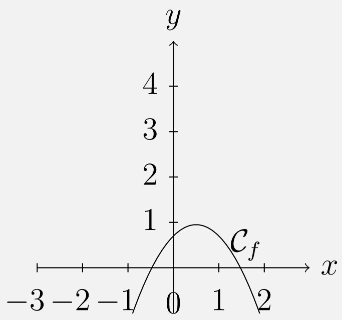
Dans chaque cas :

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
2. Déterminer, suivant les valeurs de $k \in \mathbb{R}$, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$.

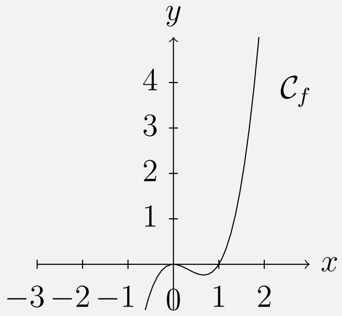
(a)



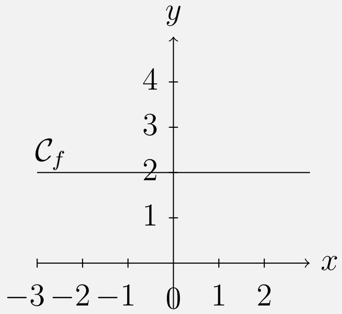
(a)



(b)



(c)



Exercice 3 ⋆⋆ [Représenter, Chercher]

Dans un repère orthonormé, tracer un exemple de courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5\,;5]$ et vérifiant les conditions données par le tableau suivant :

k	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{10}{3}$	-7
nombre de solutions de l'équation $f(x)=k$	1	2	1	4

Exercice 4 ⋆ [Calculer, Représenter]

Dans chaque cas :

1. Résoudre l'équation $f(x)=g(x)$.
2. En déduire les coordonnées des éventuels points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

   (a) $f(x)=x+3$ et $g(x)=2x+1$

   (b) $f(x)=\dfrac{x}{3}+1$ et $g(x)=x$

   (c) $f(x)=3(2x-1)$ et $g(x)=(2x-1)(x+1)$

   (d) $f(x)=x^3+5x^2$ et $g(x)=x^2$

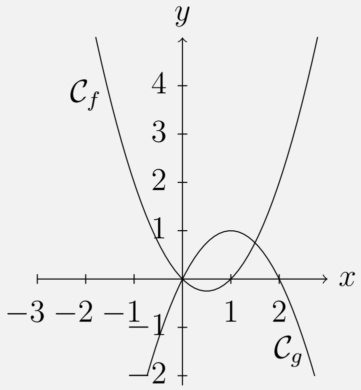
   (e) $f(x)=6x-1$ et $g(x)=9x^2$

   (f) $f(x)=6x-1$ et $g(x)=9x^2$

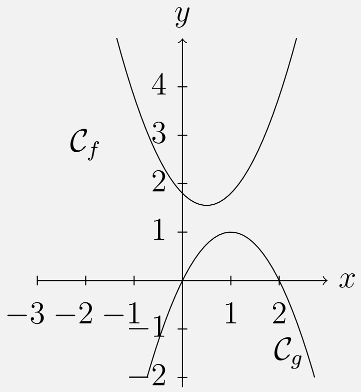
Exercice 5 ⋆ [Représenter]

Dans chaque cas, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$.

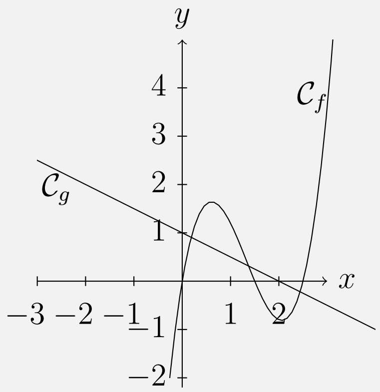
1.



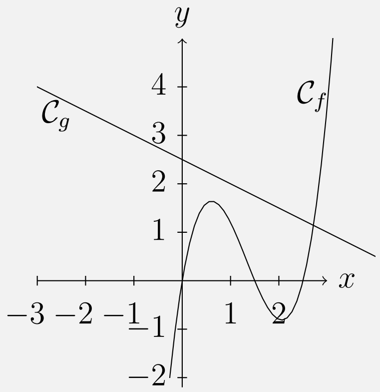
2.



3.



4.



Exercice 6 ⋆ [Représenter]

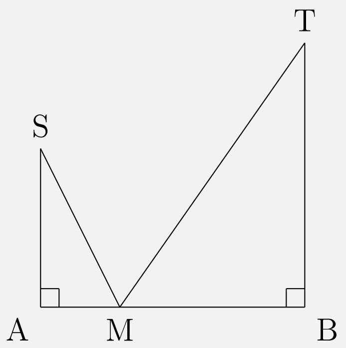
En reprenant les courbes de l'exercice 13, dans chaque cas, déterminer les solutions des équations suivantes :

(a) $f(x) \geqslant g(x)$

(b) $f(x) < g(x)$

Exercice 7 ⋆⋆⋆ [Chercher, Modéliser, Calculer]

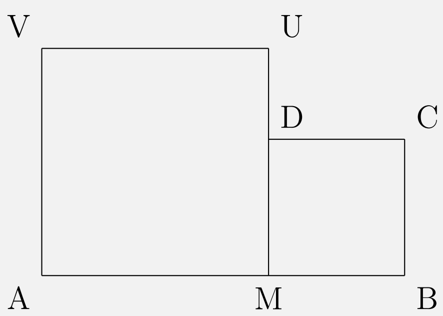
On considère la figure ci-dessous avec AB = 4 cm, AS = 2 cm et BT = 3 cm.



Est-il possible de placer le point M sur le segment [AB] tel qu'il soit à équidistance de S et de T ?

Exercice 8 ⋆⋆⋆ [Chercher, Modéliser, Calculer]

Soit AB un segment de longueur 1 et M $\in$ [AB]. On construit les carrés AMUV et MBCD comme ci-dessous.



Déterminer la position du point M tel que l'aire du carré MBCD soit égale au quart de l'aire du carré AMUV.

Exercice 9 ⋆ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) \leqslant g(x)$.

1. $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = -x + 7$
2. $f(x) = x + 1$ et $g(x) = -3x + 5$
3. $f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$ et $g(x) = x$
4. $f(x) = \dfrac{x}{4} + 1$ et $g(x) = 2x - \dfrac{1}{2}$

Exercice 10 ⋆⋆ [Modéliser, Communiquer]

On propose à un commercial deux modes de rémunération différents :

- un salaire variable : une base fixe mensuelle de 1500€ augmentée de 5% du montant total de ventes ;
- un salaire fixe mensuel de 2000€.

Déterminer à partir de quel montant de ventes mensuelles il est intéressant de choisir le salaire variable.

Exercice 11 ⋆⋆⋆ [Modéliser, Calculer]

On injecte un médicament à un patient au temps $t = 0$. Des chercheurs ont montré que la concentration de ce médicament dans le sang du patient peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0\,;10]$ par $C(t) = \dfrac{4t}{t^2+1}$ où t est le temps écoulé en heures et $C(t)$ la concentration en mg.L^{-1}.

Au bout d'un certain temps, la concentration peut-elle être strictement supérieure à 2 mg.L^{-1} ?

Exercice 12 ⋆⋆ [Représenter]

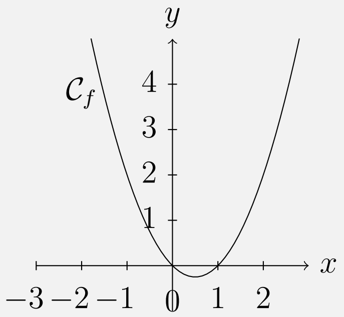
Dans un repère orthonormé, tracer trois exemples de courbes pouvant être la représentation de la fonction f dont le tableau de signes est donné ci-dessous.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

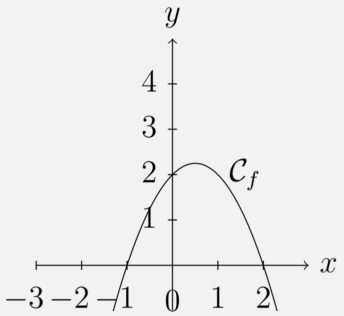
Exercice 13 ⋆ [Représenter]

Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

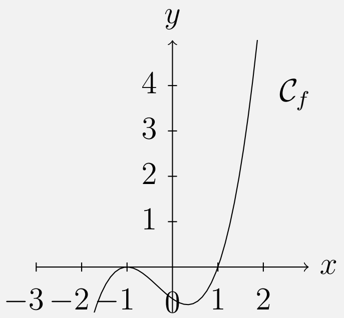
1.



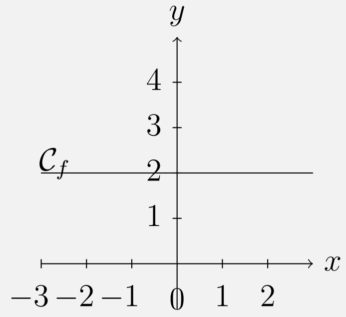
2.



3.



4.



Exercice 14 ⋆⋆ [Calculer]

Étudier le signe des fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = (x-5)(x-6)$
2. $f_2(x) = 2(x+5)(x-4)$
3. $f_3(x) = -5(x-1)(x+1)$
4. $f_4(x) = (x-1)^2 - 5$
5. $f_5(x) = \dfrac{1-x}{x-3}$

Exercice 15 ⋆⋆ [Calculer]

Résoudre les inéquations suivantes

1. $(x-5)(x-6) \geqslant 0$
2. $\dfrac{3x+1}{-x+2} > 0$
3. $-5(x-1)(x+1) > 0$
4. $x^2 - 16 < 0$

Exercice 16 ⋆⋆ [Calculer, Représenter]

Dans chaque cas, déterminer la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la courbe $\mathcal{C}_g$.

1. $f(x) = 2x+1$ et $g(x) = -x+7$
2. $f(x) = x(x+1)$ et $g(x) = 3x(3x-2)$
3. $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x-1$