

## Chapitre 4

### Informations chiffrées

#### Table des matières

<b>1</b>	<b>Proportion</b>	<b>2</b>
1.1	Proportion et pourcentage . . . . .	2
1.2	Pourcentage de pourcentage . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Évolution</b>	<b>3</b>
2.1	Taux d'évolution . . . . .	3
2.2	Coefficient multiplicateur . . . . .	4
2.3	Évolutions successives . . . . .	5
2.4	Évolution réciproque . . . . .	6

## Introduction

Un pourcentage peut désigner une proportion ou une évolution.

- Un pourcentage exprimant une **proportion** est un « rapport d'une partie au tout ». Par exemple, lorsqu'on dit « 60% des élèves de la classe sont des filles », on parle de la proportion de filles dans la classe.
- Un pourcentage exprimant une **évolution** correspond à une augmentation ou à une diminution. Par exemple, lorsqu'on dit « le prix du carburant a augmenté de 10% », on parle d'une évolution.

## 1 Proportion

### 1.1 Proportion et pourcentage

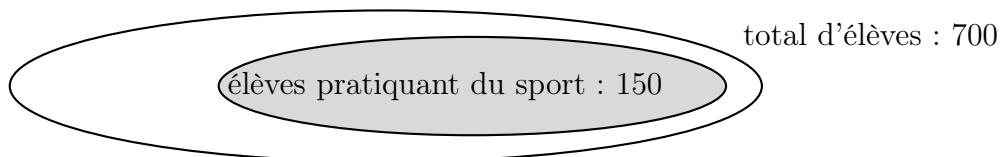
#### Définition 1

Si  $A$  est une partie d'un ensemble  $E$ , la proportion de  $A$  par rapport à  $E$  est :

$$p = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } E}.$$

#### Exemple.

Parmi les 700 élèves d'un lycée, 150 pratiquent un sport régulièrement.



Le pourcentage des élèves du lycée pratiquant un sport est donc :

$$p = \frac{\text{nombre d'élèves pratiquant un sport}}{\text{nombre total d'élèves}} = \frac{150}{700} \simeq 0,21 \simeq 21\%$$

#### Remarque.

- Une proportion peut être exprimée sous forme décimale, sous forme de fraction ou sous forme de pourcentage :

$$0,3 = \frac{30}{100} = 30\%$$

- Attention ! Le symbole % n'est pas une unité. Autrement dit, **un pourcentage est toujours le pourcentage de quelque chose.**

#### Méthode – Déterminer un effectif connaissant une proportion

Mathématiquement,  $p\%$  de  $x$  se traduit par une multiplication :  $p\% \times x$ .

#### Exemple.

Dans une classe de 24 élèves, 12,5% portent des lunettes. Combien d'élèves portent des lunettes ?

Solution :

$$12,5\% \times 24 = 0,125 \times 24 = 3.$$

Il y a donc trois élèves qui portent des lunettes dans la classe.

## 1.2 Pourcentage de pourcentage

### Méthode – Déterminer un pourcentage de pourcentage

Mathématiquement,  $p\%$  de  $q\%$  se traduit par une multiplication :  $p\% \times q\%$ .

#### Remarque.

Dans un énoncé, le mot « parmi » peut souvent évoquer un pourcentage de pourcentage.

#### Exemple.

Dans une classe, 60% des élèves sont des filles. Parmi les filles, 40% sont inscrites à l'Association Sportive du lycée. Quelle proportion de la classe représentent les filles étant inscrites à l'Association Sportive ?

Solution :

$$40\% \times 60\% = 0,40 \times 0,60 = 0,24 = 24\%.$$

Les filles inscrites à l'Association Sportive représentent donc 24% de la classe.

## 2 Évolution

### 2.1 Taux d'évolution

#### Définition 2

Un taux d'évolution correspond à l'augmentation ou la diminution d'une quantité en pourcentage

#### Exemple.

Un objet coûte 300 euros. Il subit une baisse et ne coûte plus que 270 euros. Quel est le taux d'évolution correspondant à cette baisse ?

Solution :

En pourcentage, la baisse est alors de  $\frac{\text{baisse}}{\text{prix initial}} = \frac{300 - 270}{300} = 0,1 = 10\%$ .

On dit que le taux d'évolution est de  $-10\%$ .

### Méthode – Déterminer une valeur suite à une évolution

- **Méthode 1** : On calcule la baisse ou la hausse correspondante. Ensuite, on ajoute ou on soustrait la quantité obtenue à la valeur de départ.
- **Méthode 2** : On raisonne en considérant la valeur finale comme un certain pourcentage de la valeur de départ. Par exemple, si une quantité augmente de 10%, la valeur finale correspondra à 110% de la valeur initiale.

#### Exemple.

Un objet coûte 200 euros. Il subit une augmentation de 12%. Quel est le nouveau prix ?

Solution :



- **Méthode 1 :**

On calcule de combien le prix a-t-il augmenté :  $12\% \times 200 = 24$ . Ainsi, l'augmentation est de 24 euros.

Au final, le nouveau prix est donc  $200 + 24 = 224$  euros.

- **Méthode 2 :**

Une augmentation de 12% signifie que la valeur finale correspond à 112% de la valeur initiale.

Ainsi, le nouveau prix est de  $112\% \times 200 = 1,12 \times 200 = 224$ .

**Remarque.**

Connaître les deux méthodes, en particulier la seconde, est primordial pour traiter des cas d'évolutions successives (voir plus loin).

## 2.2 Coefficient multiplicateur

### Définition 3

Lorsqu'une quantité subit une évolution, le **coefficient multiplicateur** est le nombre par lequel on multiplie la valeur initiale pour obtenir la valeur finale.

**Exemple.**

On reprend l'exemple précédent : Le prix d'un objet subit une augmentation de 12%.

On a :

$$\text{nouveau prix} = 1,12 \times \text{ancien prix}.$$

Le coefficient multiplicateur est de 1,12.

**Exemples.**

- Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 20% est  $\frac{120}{100} = 1,20$ .
- Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 20% est  $\frac{80}{100} = 0,80$ .

**Remarque.**

- Dans le cas d'une augmentation, le coefficient multiplicateur est supérieur à 1.  
Dans le cas d'une diminution, il est inférieur à 1.
- Une proportion est toujours inférieure ou égale à 100%.  
Ce n'est pas le cas d'un taux d'évolution.
- Une augmentation de 100% correspond à multiplier une quantité par 2.
- Une diminution de 50% correspond à diviser une quantité par 2.



## 2.3 Évolutions successives

**Méthode – Déterminer le taux d'évolution global correspondant à deux évolutions successives**

- **Étape 1** : On calcule les coefficients multiplicateurs de chaque évolution.
- **Étape 2** : On multiplie les coefficients multiplicateurs entre eux.
- **Étape 3** : On calcule le taux d'évolution correspondant.

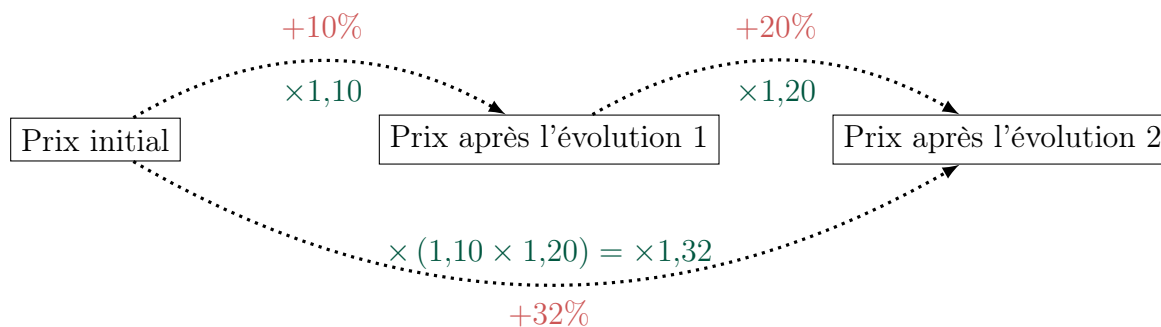
**Remarque.**

**Attention ! On ne somme pas des pourcentages ! On retiendra qu'il faut toujours travailler avec les coefficients multiplicateurs.**

**Exemple.**

Le coût d'une marchandise subit une augmentation de 10% puis une augmentation de 20%. Calculer le taux d'évolution global correspondant aux deux évolutions.

Solution :



Le coefficient multiplicateur de la première augmentation est 1,1.

Le coefficient multiplicateur de la seconde augmentation est 1,2.

L'évolution globale a donc un coefficient multiplicateur de  $1,1 \times 1,2 = 1,32$ .

Cela correspond à une augmentation de 32%.

## 2.4 Évolution réciproque

### Définition 4

On considère une évolution  $A$ . Son évolution réciproque est définie telle que la succession de l'évolution  $A$  et de l'évolution réciproque soit une augmentation de 0% (autrement dit, son coefficient multiplicateur est 1).

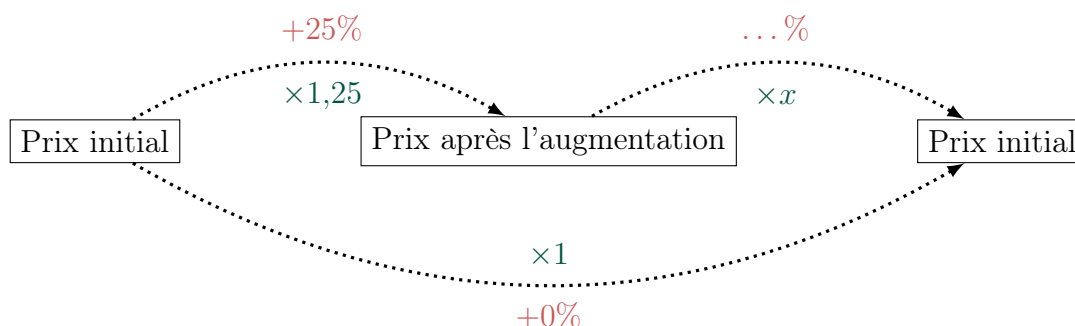
### Méthode – Déterminer un taux d'évolution réciproque

- **Étape 1** : On calcule le coefficients multiplicateur de l'évolution.
- **Étape 2** : On résout l'équation (produit des coefficients multiplicateurs =1) afin de déterminer le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque
- **Étape 3** : On calcule le taux d'évolution correspondant.

### Exemple.

Le coût d'une marchandise subit une augmentation de 25%. De combien de pourcents le coût doit-il diminuer pour revenir à sa valeur initiale ?

Solution :



L'augmentation de 25% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,25.

On note  $x$  le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque.

On a alors  $1,25 \times x = 1$ .

Ainsi,  $x = \frac{1}{1,25} = 0,8$ .

Ce coefficient multiplicateur correspond à une baisse de 20%. C'est le pourcentage de la baisse qui permettra au coût de revenir à sa valeur initiale.

### Savoir-faire du chapitre

- Utiliser la relation entre effectifs et proportions.
- Résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages de pourcentages.
- Faire le lien entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur.
- Déterminer le taux d'évolution global correspondant à deux évolution successives.
- Déterminer un taux d'évolution réciproque.