

## Arithmétique – Exercices

|                  | Chercher | Modéliser | Représenter | Raisonner      | Calculer                  | Comm. |
|------------------|----------|-----------|-------------|----------------|---------------------------|-------|
| Exercices<br>★   |          |           |             |                | 1, 2, 3, 4, 9,<br>10      |       |
| Exercices<br>★★  | 7, 8     | 15, 16    |             | 5, 6, 7, 8, 17 | 11, 12, 13,<br>15, 16, 17 |       |
| Exercices<br>★★★ | 14       |           |             | 18             | 14, 18                    |       |

## Exercice 1 ★ [Calculer]

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse.

1. L'entier 4 divise 10
2. L'entier 5 est un diviseur de 65
3. L'entier 17 est un diviseur de 51
4. L'entier 5 est un multiple de 15
5. L'entier 34 est un multiple de 8
6. L'entier 1024 est un multiple de 4
7. L'entier 1025 est un multiple de 3
8. L'entier 2034 est un multiple de 3

## Exercice 2 ★ [Calculer]

En utilisant la calculatrice, déterminer le plus petit multiple de 7 qui est strictement supérieur à 367.

## Exercice 3 ★ [Calculer]

Pour chacun des nombres suivants, indiquer sans calculatrice s'il est premier ou non en justifiant.

1.  $n = 17$
2.  $n = 102$
3.  $n = 1011$
4.  $n = 101$
5.  $n = 527$
6.  $n = 521$

## Exercice 4 ★ [Calculer]

Déterminer l'ensemble des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30.

## Exercice 5 ★★ [Raisonner]

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

1. La somme de deux multiples de 11 est un multiple de 11.
2. La somme de deux diviseurs de 7 est un diviseur de 7.
3. La somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 6 est un multiple de 3.
4. La somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 6 est un multiple de 6.

**Exercice 6** ★★ [Raisonnement, Chercher]

Montrer que la somme de trois nombres entiers naturels consécutifs est un multiple de 3.

**Exercice 7** ★★ [Raisonnement, Chercher]

Montrer que le produit de trois nombres entiers naturels consécutifs est un multiple de 2.

**Exercice 8** ★★ [Raisonnement, Chercher]

1. Montrer que la proposition suivante est vraie : « Si  $n$  est un nombre entier naturel tel qu'il existe  $k \in \mathbb{N}$  tel que  $n = k(k + 1)$ , alors  $n$  est pair. »
2. Énoncer la réciproque de cette proposition. Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

**Exercice 9** ★ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer sans calculatrice la décomposition en produit de nombres premiers de  $n$ .

1.  $n = 24$
2.  $n = 30$
3.  $n = 40$
4.  $n = 111$
5.  $n = 256$
6.  $n = 105$
7.  $n = 121$

**Exercice 10** ★ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer l'ensemble des diviseurs entiers de  $n$ .

1.  $n = 22$
2.  $n = 24$
3.  $n = 25$
4.  $n = 97$
5.  $n = 256$
6.  $n = 210$
7.  $n = 36$

**Exercice 11** ★★ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer le nombre de diviseurs entiers de  $n$ .

1.  $n = 22$
2.  $n = 24$
3.  $n = 25$
4.  $n = 97$
5.  $n = 256$
6.  $n = 210$
7.  $n = 332$

**Exercice 12** ★★ [Calculer]

Dans chaque cas, déterminer le PGCD et le PPCM de  $n$  et  $m$ .

1.  $n = 15$  et  $m = 37$
2.  $n = 32$  et  $m = 36$
3.  $n = 40$  et  $m = 8$

**Exercice 13** ★★ [Calculer]

Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible sans calculatrice.

1.  $\frac{24}{36}$
2.  $\frac{63}{42}$
3.  $\frac{165}{435}$
4.  $\frac{1350}{3000}$

**Exercice 14** ★★★ [Calculer, Chercher]

Déterminer l'ensemble des entiers naturels  $n \leq 100$  tels que  $\text{PGCD}(n; 100) = 20$ .

**Exercice 15** ★★ [Modéliser, Calculer]

Un fleuriste possède 105 roses rouges et 63 roses blanches. Il souhaite composer des bouquets tous identiques.

En utilisant toutes les fleurs, quel est le plus grand nombre de bouquets qu'il pourra créer ?

**Exercice 16** ★★ [Modéliser, Calculer]

Une association organise une compétition sportive ; 144 filles et 252 garçons se sont inscrits. L'association désire répartir les inscrits en équipes mixtes. Le nombre de filles et de garçons doivent être les mêmes dans chaque équipe. Tous les inscrits doivent être dans une des équipes.

1. Quel est le nombre maximum d'équipes que cette association peut former ?
2. Quelle est alors la composition de chaque équipe ?

**Exercice 17** ★★ [Raisonner, Calculer]

Montrer que si  $n$  est un entier naturel pair, alors  $n^3$  est un entier naturel pair.

**Exercice 18** ★★★ [Raisonner, Calculer]

Montrer que si  $n$  est un entier naturel impair, alors  $n^3$  est un entier naturel impair.

**Exercice 19** ★★★ [Raisonner, Chercher]

1. Soit  $a \in \mathbb{N}$ . Montrer que  $a$  est multiple de 3 si, et seulement si,  $a^2$  est un multiple de 3.
2. Montrer que  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ .

**Exercice 20** ★★★ [Calculer]

Montrer que le nombre suivant est divisible par 37 :

$$10^{2021} + 10^{2022} + 10^{2023}.$$