

Nombres et ensembles de nombres – Exercices

	Chercher	Modéliser	Représenter	Raisonner	Calculer	Comm.
Exercices ★	15		1, 6, 9, 18, 19, 22	2, 3, 14, 16	21, 22	
Exercices ★★	7, 10, 12		20, 23	4, 5, 11, 17	11	4, 5
Exercices ★★★	8		8	13		13

Exercice 1 ★ [Raisonner]

Pour chacun des nombres, indiquer à quel(s) ensemble(s) \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et \mathbb{R} il appartient.

- $a = -5$
- $b = 0,4$
- $c = \sqrt{2}$
- $d = \frac{1}{3}$
- $e = \frac{1}{4}$
- $f = 0$

Exercice 3 ★ [Raisonner]

Pour chacun des nombres suivants, indiquer quel est le plus petit ensemble auquel il appartient.

- $a = -\frac{7}{2}$
- $b = 8$
- $c = \frac{6}{3}$
- $d = 0,3333$
- $e = \frac{1}{7}$
- $f = \frac{1}{8}$

Exercice 2 ★ [Raisonner]

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

- $\sqrt{49} \in \mathbb{N}$
- $\frac{8-2}{3} \in \mathbb{Z}$
- $\frac{1}{3} \in \mathbb{R}$
- $\pi \in \mathbb{Q}$
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
- $\mathbb{R} \subset \mathbb{Z}$
- $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N}$
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$

Exercice 4 ★★ [Raisonnement, Communiquer]

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Dans le cas où elle est fausse, donner un contre-exemple.

- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $2x \in \mathbb{N}$.
- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $3x + 1 \in \mathbb{Z}$.
- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $\frac{x-5}{2} \in \mathbb{Z}$
- Si $x \in \mathbb{Z}$, alors $\frac{x-4}{3} \in \mathbb{Z}$
- Si $x \in \mathbb{Q}$, alors $\frac{x+1}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$
- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$.

Exercice 5 ★★ [Raisonnement, Communiquer]

On considère un nombre réel x . Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Indiquer ensuite si sa réciproque est vraie ou fausse

- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $x \in \mathbb{Z}$.
- Si $x \in \mathbb{Z}$, alors $x \in \mathbb{N}$.
- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $2x \in \mathbb{N}$
- Si $x \in \mathbb{Z}$, alors $-x \in \mathbb{N}$

Exercice 6 ★ [Représenter]

Représenter la droite numérique et placer les nombres suivants :

$$3; 0,5; -\frac{5}{2}; \frac{1}{8}; \frac{11}{10}; \sqrt{2}.$$

Exercice 7 ★★ [Chercher]

Donner un nombre rationnel x tel que :

$$\frac{17}{13} < x < \frac{4}{3}.$$

Exercice 8 ★★★ [Représenter, Chercher]

Représenter la droite numérique et placer de façon exacte à la règle (non graduée) et au compas le nombre $\sqrt{13}$.

Exercice 9 ★ [Raisonnement]

On considère la proposition (P) suivante : « Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre rationnel ».

Un élève A pense que « la proposition (P) est vraie car, par exemple, $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \in \mathbb{Q}$ ».

Un élève B pense au contraire que « la proposition (P) est fausse car, par exemple, $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \notin \mathbb{Q}$ ».

Quel élève a raison ?

Exercice 10 ★★ [Chercher]

Soit $n \in \mathbb{Z}$.

Quelles sont les valeurs de n telles que $\frac{2n}{11}$ soit un entier naturel inférieur ou égal à 100 ?

Exercice 11 ★★ [Calculer, Raisonnement]

Montrer que $\frac{7}{1 + \frac{2}{3}}$ est un nombre décimal.

Exercice 12 ★★ [Chercher]

Trouver deux nombres irrationnels différents dont le produit est un entier naturel.

Exercice 13 ★★★ [Raisonner, Communiquer]

On rappelle que $\pi \notin \mathbb{Q}$ et que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

1. Montrer que $\frac{1}{\pi} \notin \mathbb{Q}$.
2. Montrer que $\frac{2\sqrt{2}}{3} \notin \mathbb{Q}$
3. Montrer que $\sqrt{\pi} \notin \mathbb{Q}$.

Exercice 14 ★ [Raisonner]

Compléter les pointillés par le symbole \in ou \notin .

- $3 \dots [0; 5]$
- $2 \dots [-3; 1]$
- $\sqrt{2} \dots \left[\frac{3}{2}; 2\right]$
- $3 \dots]3; 7]$
- $0,9999 \dots]0; 1[$

Exercice 15 ★ [Chercher]

Citer un intervalle ouvert contenant exactement 5 entiers relatifs.

Exercice 16 ★ [Raisonner]

Compléter les pointillés par le symbole \subset ou $\not\subset$.

- $[2; 3] \dots [1; 5]$
- $] - 1; 3] \dots [0; 4]$
- $] - 1; +\infty[\dots [2; 4]$
- $] - 1; +\infty[\dots \mathbb{R}$
- $\mathbb{N} \dots [-5; +\infty[$
- $[-5; +\infty[\dots \mathbb{Z}$

Exercice 17 ★★ [Raisonner]

Compléter les pointillés par le symbole \subset , $\not\subset$, \in ou \notin .

- $7 \dots [1; 5]$
- $] - 1; 3] \dots [0; +\infty[$
- $] - 1; +\infty[\dots [2; +\infty]$
- $\mathbb{Z} \dots$
- $\mathbb{N} \dots [0; 2]$
- $0 \dots \mathbb{Q}$

Exercice 18 ★ [Représenter]

Représenter sur la droite numérique les intervalles suivants.

- $[3; 5]$
- $[-3; 1[$
- $[1; +\infty[$
- $] - \infty; -1,5]$

Exercice 19 ★ [Représenter]

Traduire les inégalités ou les encadrements suivants à l'aide d'un intervalle :

- $1 \leq x \leq 5$
- $5 < x < 9$
- $-1 < x \leq 4$
- $x > 2$
- $x \geq -5$
- $x < 17$

Exercice 20 ★★
 [Représenter]

Dans chaque cas, indiquer si $I \cap J$ et $I \cup J$ sont des intervalles. Simplifier alors leur expression le cas échéant.

- $I = [3; 5]$ et $J = [4; 7]$
- $I = [-3; 1[$ et $J = [0,9; 2[$
- $I =]1; +\infty[$ et $J = [2; +\infty[$
- $I =]3; +\infty[$ et $J =]-\infty; 5]$

Exercice 21 ★ [Calculer]

Sans utiliser de calculatrice, exprimer les valeurs exactes des nombres suivants sans le symbole valeur absolue.

1. $|17|$
2. $|3 - 5|$
3. $|-\sqrt{2}|$
4. $|2 - \frac{3}{7}|$
5. $|\pi - 1|$
6. $|4 - \sqrt{17}|$

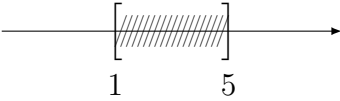
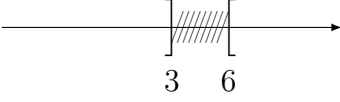
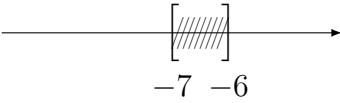
Exercice 22 ★ [Calculer, Représenter]

Résoudre les équations suivantes :

1. $|x| = 3$
2. $|x| = -1$
3. $|x - 4| = 2$
4. $|x + 2| = 4$
5. $|x + 3| = -4$

Exercice 23 **
 [Représenter]

Compléter le tableau ci-dessous en suivant l'exemple de la première ligne.

Encadrement	Intervalle	Représentation	Valeur absolue
$1 \leq x \leq 5$	$[1; 5]$		$ x - 3 \leq 2$
$2 \leq x \leq 6$			
	$] - 1; 1[$		
			
			
			$ x - 5 < 3$
			$ x + 1 \leq 3$
			$ x - 1,33 < 10^{-2}$
			$ x + 3,54 < 10^{-1}$
			$ x - \pi \leq 1$