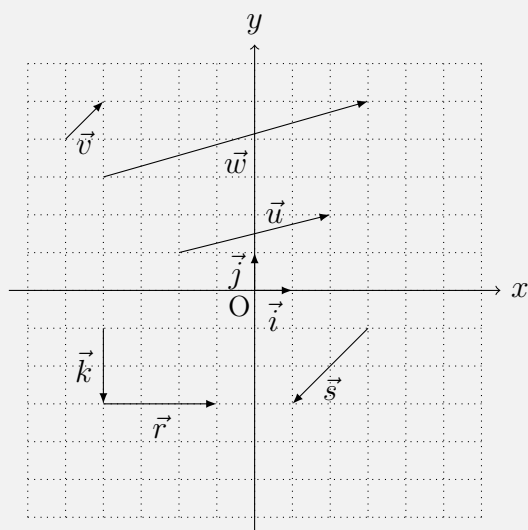


Colinéarité de vecteurs – Exercices

	Chercher	Modéliser	Représenter	Raisonner	Calculer	Comm.
Exercices ★					1, 2	
Exercices ★★	3, 8	4, 6	5, 7, 8		3, 4, 5, 7	
Exercices ★★★						

Exercice 1 ★ [Calculer]

Les vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} , \vec{k} , \vec{r} et \vec{s} sont représentés dans le repère ci-dessous.



1. Lire graphiquement les coordonnées des vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} , \vec{k} , \vec{r} et \vec{s} .
2. Quels sont les vecteurs colinéaires ? Déterminer la relation liant ces vecteurs.

Exercice 2 ★ [Calculer]

1. Dans chacun des cas, tracer les vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans un repère puis déterminer si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires en calculant le déterminant entre les deux vecteurs.

(a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2,3 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{7}{3} \end{pmatrix}$

2. Dans chacun des cas, placer les points A, B, C et D dans un repère puis déterminer, par le calcul, si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

(a) A(1; 2); B(2; 4);
C(1; 3); D(-1; -1).

(b) A(1; 2); B(4; 5);
C(-1; 3); D(1; -1).

Exercice 3 ★★ [Calculer, Chercher]

Soient \vec{m} et \vec{n} deux vecteurs du plan. Les vecteurs $-12\vec{m} + 4\vec{n}$ et $9\vec{m} - 3\vec{n}$ sont-ils nécessairement colinéaires ?

Exercice 4 ★★ [Modéliser, Calculer]

En géologie, on dit qu'il existe un coulisage entre deux plaques lithosphériques lorsqu'elles se déplacent l'une contre l'autre dans la même direction mais dans des sens opposés. Quelques coordonnées ont pu être récoltées.

- Le point A se situant sur la plaque pacifique s'est déplacé de $(34,8; -120,3)$ à $(34,5; -119,9)$.
- Le point B se situant sur la plaque nord-américaine s'est déplacé de $(35,7; -117,5)$ à $(36,9; -119,1)$.
- Le point C se situant sur la plaque sud-américaine s'est déplacé de $(-11,6; -17,9)$ à $(-11,1; -16,9)$.
- Le point D se situant sur la plaque africaine s'est déplacé de $(-6,5; -8,7)$ à $(-7,5; -10,7)$.

1. Faille de San Andreas

- (a) Soient \vec{u} le vecteur représentant le déplacement de la plaque pacifique et \vec{v} celui de la plaque nord-américaine. Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ?

- (b) Y'a-t-il un mouvement de coulisage entre la plaque pacifique et la plaque nord-américaine ? Justifier.

2. Y'a-t-il un mouvement de coulisage entre la plaque sud-américaine et la plaque africaine ? Justifier.

Exercice 5 ★★ [Calculer, Représenter]

1. Dans chacun des cas, dire si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

(a) $A(0; 2); B(2; 0);$
 $C(1; -1); D(-1; 1).$

(b) $A(1; 2); B(4; 0);$
 $C(-1; 0); D(1; -1).$

2. Dans chacun des cas, dire si les points A, B et C sont alignés.

(a) $A(0; 1); B(1; 0); C(-5; 5)$

(b) $A(1; 2); B(0; 3); C(-2; 5)$

Exercice 6 ★★ [Modéliser]

Une éclipse solaire se réalise lorsque la Lune passe entre la Terre et le Soleil. On supposera qu'il faut un alignement parfait pour obtenir une éclipse.

Dans un repère ayant pour origine le Soleil, les coordonnées de la Terre T ainsi que celles de la Lune L sont les suivantes : $T(120; 90)$ et $L(119,7; 89,775)$.

Une éclipse solaire a-t-elle lieu dans ce cas ?

Exercice 7 ★★ [Représenter, Calculer]

ABCD est un parallélogramme de centre O. E est le point tel que $\vec{AE} = 3\vec{AB}$ et F le point tel que $\vec{CF} = -2\vec{AB} - \frac{1}{5}\vec{AD}$.

1. Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\vec{FE} = 4\vec{AB} - \frac{4}{5}\vec{AD}$.

2. Démontrer de même que $\vec{FO} = \frac{3}{2}\vec{AB} - \frac{3}{10}\vec{AD}$.

3. En déduire que les points F, O et E sont alignés.

Exercice 8 ★★ [Chercher, Représenter]

Dans un carré de côté 8, on a découpé deux triangles et deux trapèzes (voir figure 1). À l'aide des quatre pièces ainsi obtenues, on reconstitue un rectangle (voir figure 2).

Figure 1

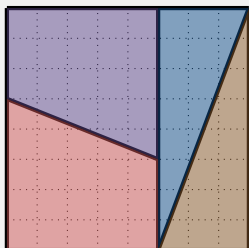
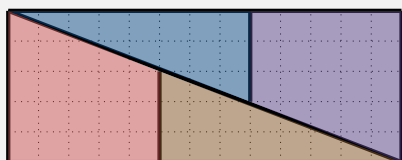
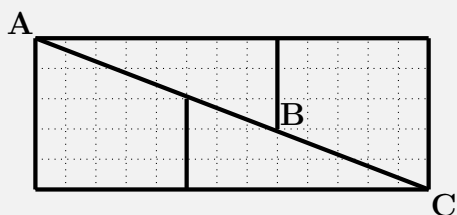


Figure 2



1. Reproduire la figure 1 sur une feuille quadrillée et découper les quatre pièces afin de reconstituer la figure 2.
2. Calculer l'aire du carré de la figure 1 et celle du rectangle de la figure 2. Expliquer en quoi ce résultat semble paradoxale.
3. Sur la figure 2, on définit A, B et C les points comme sur la figure ci-dessous



Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires dans la réalité. Expliquer alors les résultats obtenus à la question précédente.

Histoire – Lewis Carroll

Ce puzzle paradoxale a été présenté par le britannique **Lewis Carroll** dans un recueil d'énigmes. Ce professeur de mathématiques est en outre connu pour être l'auteur du roman *Les aventures d'Alice au pays des merveilles*.



Lewis Carroll (1832-1898)