

TP 4 – Triplets Pythagoriciens

L'objectif de ce TP est de déterminer des triplets de nombres entiers $(x; y; z)$ qui vérifient

$x^2 + y^2 = z^2$. Ces nombres sont appelés triplets pythagoriciens.

1. Vérifier que le triplet $(3; 4; 5)$ est un triplet pythagorien.
2. On considère deux nombres entiers naturels m et n tels que $m > n$.
On définit alors $x = m^2 - n^2$, $y = 2mn$ et $z = m^2 + n^2$.
 - (a) Pour $m = 3$ et $n = 2$, vérifier que le triplet $(x; y; z)$ défini ci-dessus est bien un triplet pythagorien.
 - (b) Dans le cas général, montrer que quels que soient les entiers m et n vérifiant $m > n$, le triplet $(m^2 - n^2; 2mn; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagorien.
3. On définit ci-dessous une fonction algorithmique en langage Python permettant de calculer des triplets pythagoriciens.

```
1 def calcul_triplets(N):  
2     for m in range(2,N+1):  
3         for n in range(1,m):  
4  
5             L=[m**2-n**2,2*m*n,m**2+n**2]  
6                 print(L)
```

- (a) Expliquer chaque ligne de l'algorithme. Répondre notamment aux questions suivantes : que signifie la commande `range` aux lignes 2 et 3 ? Pourquoi a-t-on écrit `range(2,N+1)` et `range(1,m)` ? Que signifie la commande `**` utilisée à plusieurs reprises à la ligne 4 ? A quoi correspond la valeur N saisie par l'utilisateur ?
- (b) Quel est la conséquence d'avoir placé des instructions « `for` » à deux lignes successives (lignes 3 et 4) ? Pour comprendre ce que fait l'algorithme, effectuer les différentes étapes à la main pour $N = 2$.
- (c) Tester la fonction algorithmique pour $N=2$. Vérifier que l'on retrouve bien les triplets calculés précédemment.
- (d) Déterminer un triplet pythagorien $(x; y; z)$ tel que les trois nombres x , y et z soient composés de quatre chiffres.
- (e) De manière générale, combien l'algorithme renvoie-t-il de triplets pythagoriciens ? Sont-ils nécessairement tous différents ?