Polynômes du second degré
Activités d'introduction

Activité 1 – Résolution d'équations de degré deux

Objectif : Réviser les techniques de résolution du programme de seconde.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
   (a) $(x-3)(x+5)=0$
   (b) $x^2-4=0$
   (c) $x^2=7$
   (d) $x^2-x=0$
   (e) $x^2-6x+9=0$
   (f) $x^2+2x+1=0$
   (g) $9x^2+6x+1=0$
   (h) $(x-1)^2-9=0$
   (i) $(x-7)^2-3=0$
2. Expliquer pourquoi les méthodes vues en classe de seconde ne permettent pas de résoudre l'équation $x^2-4x-1=0$.

Bilan : Rappeler la méthode de résolution d'une équation de degré deux. Pour quels types d'équations cette méthode fonctionne-t-elle en pratique ?

Activité 2 – Somme et produit des racines

Objectif : Découvrir une formule donnant la somme et le produit des racines d'un polynôme du second degré.

1. On considère la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-5x+6$.
   (a) Déterminer les racines de f que l'on notera x_1 et x_2.
   (b) Calculer x_1+x_2 et $x_1\times x_2$.
   (c) Conjecturer une relation entre les coefficients de f et la somme et le produit des racines.
   (d) Montrer que pour toute fonction polynôme du second degré de la forme $f(x)=x^2+bx+c$, la somme des racines est -b et le produit est c.
   Indication : on pourra utiliser la forme factorisée de f.
2. Dans le cas général où $f(x)=ax^2+bx+c$, la relation précédente reste-elle vraie ? Justifier.
3. Conjecturer, dans le cas général, l'expression de la somme des racines ainsi que de leur produit en fonction des coefficients a, b et c.

Bilan : Quelle formule relie la somme des racines aux coefficients d'une fonction polynôme de degré deux ? Même quesiton pour le produit des racines ?