

Fonction exponentielle

Activités d'introduction

Activité 1 – Equation fonctionnelle

Une équation fonctionnelle est une équation dont l'inconnue est une fonction.

Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que pour tous $x, y \in \mathbb{R}$,

$$f(x + y) = f(y) + x.$$

Activité 2 – Equation différentielle

Une équation différentielle est une équation fonctionnelle qui se présente sous la forme d'une relation entre la fonction et sa dérivée.

Partie 1 – Quelques exemples introductifs

1. Déterminer les fonctions f dérivables sur \mathbb{R} telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$.
2. Déterminer les fonctions f dérivables sur \mathbb{R} telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 5$.
3. Déterminer les fonctions f dérivables sur \mathbb{R} telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = x$.

Partie 2 – Résolution graphique

On souhaite déterminer graphiquement une fonction f définie sur \mathbb{R} et vérifiant les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} \text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x) \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

1. Commencer par tracer la tangente en $a = 0$ d'une telle fonction.
2. Tracer la courbe approximative de f sur un petit intervalle comme par exemple $[0; 0,1]$.
3. En utilisant l'égalité $f'(0,1) = f(0,1)$, tracer ensuite la courbe de f sur $[0,1; 0,2]$.
4. En répétant le procédé, tracer la courbe de f sur \mathbb{R} .

