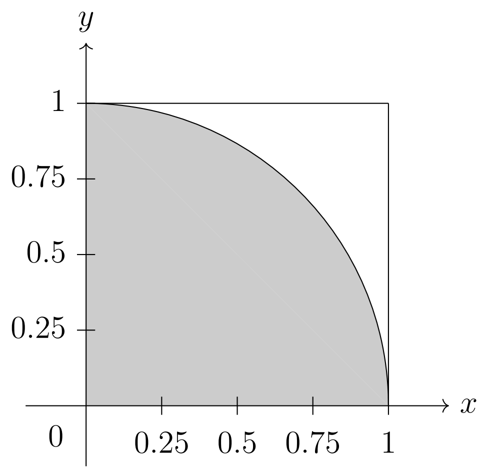
TP 8 – Méthode de Monte-Carlo

Exercice 1.
On considère la figure ci-dessous composée d'un carré de côté 1 ainsi qu'un quart de cercle de rayon 1. On choisit un point au hasard dans le carré. On note p la probabilité que le point appartienne à la surface grisée.



1. Montrer que $p = \dfrac{\pi}{4}$.
2. Choisir aléatoirement un point dans le carré consiste en fait à choisir deux nombres réels X et Y compris entre 0 et 1. Expliquer pourquoi.
3. Si X et Y sont deux nombres réels compris entre 0 et 1, quelle est la condition à vérifier pour savoir si le point correspondant appartient à l'aire grisée ou non ?
4. On considère l'algorithme suivant écrit en langage Python. Expliquer chaque ligne de l'algorithme. A quoi correspond la variable n en pratique ? A quoi correspond la variable P ? Que renvoie l'algorithme en sortie ?

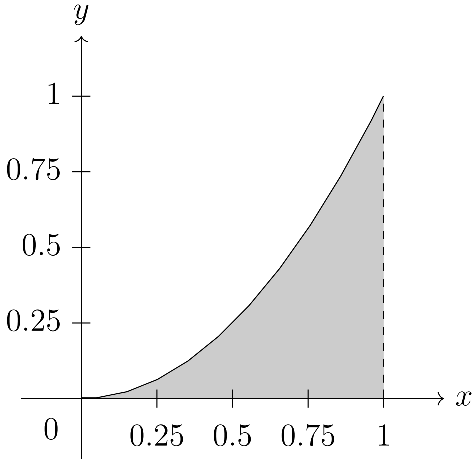
```python
from random import *
from math import *

def approx(n):
  P=0
  for k in range(1,n+1):
    X=uniform(0,1)
    Y=uniform(0,1)
    L=sqrt(X**2+Y**2)
    if L<=1:
      P=P+1
  return(4*P/n)
```

5. Tester l'algorithme pour différentes valeurs de n. Donner une valeur approximative de n pour obtenir les trois premiers chiffres corrects de l'aire grisée avec l'algorithme. Cet algorithme est-il efficace en pratique ?

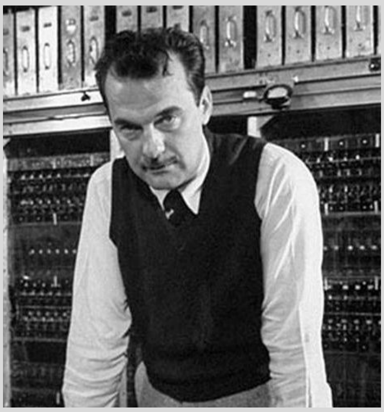
Exercice 2.

On trace la courbe représentative de la fonction carrée définie sur $[0\,;1]$. On souhaite alors calculer une valeur approchée de l'aire sous la courbe (aire grisée ci-dessous). En vous inspirant de l'exercice précédent, écrire un algorithme en langage python permettant d'obtenir une valeur approchée de l'aire grisée. Quelle valeur obtient-on ?



Histoire Méthode de Monte-Carlo

La méthode consistant à calculer des approximations d'aires en utilisant des techniques probabilistes est appelée méthode de Monte-Carlo en référence aux jeux de hasard pratiqués au casino de Monte-Carlo. Cette technique a été développée notamment durant la Seconde Guerre mondiale afin de résoudre des équations aux dérivées partielles dans le cadre des recherches sur la fabrication de la bombe atomique. Trois noms de mathématiciens américains sont associés à cette méthode : **Nicholas Metropolis (1915-1999)**, **Stanislas Ulam (1909-1984)** et **John Von Neumann (1903-1957)**.


Metropolis


Ulam


Neumann